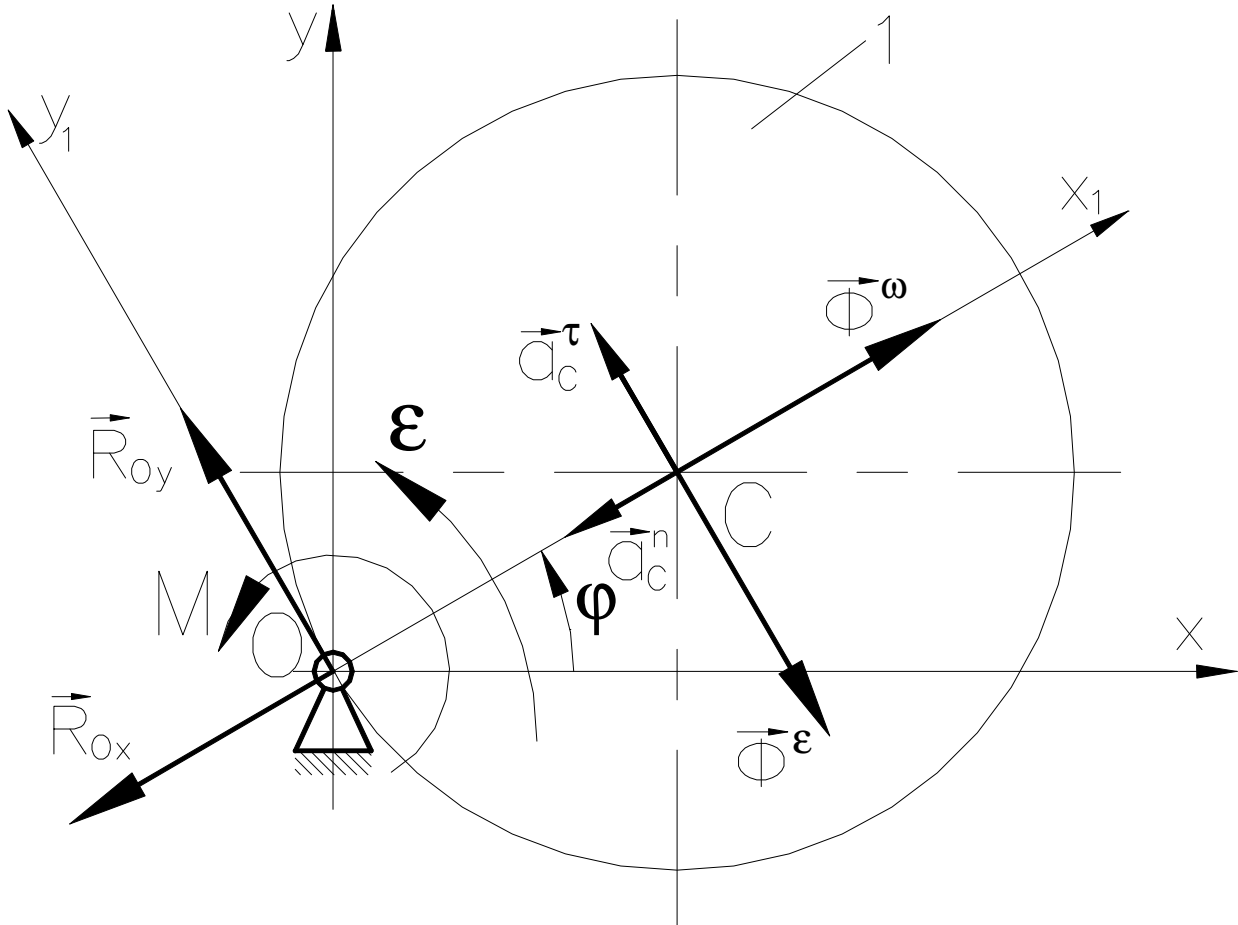


Тело 1 (см. рис.) представляет собой диск с равномерно распределённой массой. Плоскость  $xOy$  – горизонтальна.

Определить реакции связей в момент времени  $t = t_1 = 5$  с.

Дано:  $M = 4$  Нм,  $R = 0.30$  м,  $m_1 = 50$  кг.

Начальные условия: при  $t = 0$   $\varphi_0 = 0$ ,  $\omega_0 = 0$ .



**Решение**

Для определения реакции оси  $O$  воспользуемся принципом Даламбера.

При вращательном движении вокруг оси  $O$  имеем равенство:  $M + M^\phi = 0$ , (1)

где  $M^\phi = -J_o \epsilon$  – момент сил инерции диска 1 относительно оси  $O$ .

Здесь  $J_o$  – момент инерции диска 1 относительно оси  $O$ ;  $\epsilon$  – угловое ускорение диска 1.

Используя теорему Штейнера, определим момент инерции тела диска 1 относительно оси вращения  $O$ :

$$J_o = J_c + m_1 R^2 = \frac{1}{2} m_1 R^2 + m_1 R^2 = \frac{3}{2} m_1 R^2. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует

$$M - J_o \epsilon = 0 \Rightarrow M - 1.5 m_1 R^2 \ddot{\varphi} = 0 \Rightarrow \epsilon = \ddot{\varphi} = \frac{M}{1.5 m_1 R^2} \Rightarrow \dot{\varphi} = \frac{M}{1.5 m_1 R^2} t + C_1,$$

где  $\omega = \dot{\varphi}$  – текущая угловая скорость диска 1.

Из начальных условий определим постоянную интегрирования:  $C_1 = 0$ .

Таким образом, получаем  $\omega = \dot{\varphi} = \frac{M}{1.5 m_1 R^2} t$ . Интегрируем далее  $\varphi = \frac{M}{3 m_1 R^2} t^2 + C_2$ .

Из начальных условий получаем  $C_2 = 0$ , то есть получаем зависимость:  $\varphi = \frac{M}{3 m_1 R^2} t^2$ . (3)

Известно, что главный вектор сил инерции точек вращающегося тела определяется формуле  $\vec{\Phi} = -m_1 \vec{a}_C$ , (4)

где  $m_1$  – масса тела,  $\vec{a}_C$  – ускорение центра масс тела.

Согласно принципа Даламбера имеем равенство  $\vec{R}_O + \vec{\Phi} = 0$ , (5)  
где  $\vec{R}_O$  – реакция оси  $O$ . Из (4) и (5) получаем равенство  $\vec{R}_O - m_1 \vec{a}_C = 0$ . (6)

Введём другую неподвижную систему координат  $x_1 O y_1$ , повернув старую  $x O y$  на угол  $\varphi_1$ , который получается в момент времени  $t = t_1$  (см. рис.).

Вектор ускорения  $\vec{a}_C$  точки  $C$  разложим на две составляющие:  $\vec{a}_C^n$  – нормальную и  $\vec{a}_C^\tau$  – тангенциальную, где  $\vec{a}_C^n \perp \vec{a}_C^\tau$  и  $\vec{a}_C = \vec{a}_C^n + \vec{a}_C^\tau$ .

Спроецируем равенство (6) на новую систему координат. Отметим, что  $\vec{a}_C^n$  и  $\vec{a}_C^\tau$  параллельны новым осям  $x_1 O y_1$  (см. рис.), тогда с учетом знаков получаем

$$R_{Ox} - m_1 a_{Cx} = 0 \Rightarrow R_{Ox} - (-m_1 a_C^n) = 0 \Rightarrow R_{Ox} + m_1 \omega^2 R = 0 \Rightarrow R_{Ox} = -m_1 \omega^2 R;$$

$$R_{Oy} - m_1 a_{Cy} = 0 \Rightarrow R_{Oy} - m_1 a_C^\tau = 0 \Rightarrow R_{Oy} - m_1 \varepsilon R = 0 \Rightarrow R_{Oy} = m_1 \varepsilon R.$$

Суммарная реакция оси  $O$  равна  $R_O = \sqrt{R_{Ox}^2 + R_{Oy}^2} = m_1 R \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$ ;

$$R_O = m_1 R \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} = m_1 R \sqrt{\left(\frac{M}{1.5 m_1 R^2} t_1\right)^4 + \left(\frac{M}{1.5 m_1 R^2}\right)^2} = \frac{M}{1.5 R} \sqrt{\left(\frac{M}{1.5 m_1 R^2}\right)^2 \cdot t_1^4 + 1}$$

$$R_O = \frac{4}{1.5 \cdot 0.3} \sqrt{\left(\frac{4}{1.5 \cdot 50 \cdot 0.3^2}\right)^2 \cdot 5^4 + 1} \approx 132 \text{ Н.}$$

**Ответ:**  $R_O = 132 \text{ Н.}$