



Дано: $OM_0 = 50 \text{ см}$; $\omega_1 = 3,2 \text{ рад/с}$; $\varepsilon_1 = -4,7 \text{ рад/с}^2$
 $MM_0 = 10 \text{ см}$

$\omega_A - ?$ $\varepsilon_A - ?$ $v_M - ?$ $\varepsilon_M - ?$

$$OC = \sqrt{50^2 - 25^2} = 43,3 \text{ см};$$

Решение:

1. Определите угловую скорость $\omega = \omega_A$ тела $O\Omega$ -линейная ось вращения тела A.

$$\vec{v}_C = \vec{\omega} \times \vec{OC}; \quad \omega = \frac{v_C}{OC}; \quad \omega_1 = \frac{v_C}{OC \sin 60^\circ};$$

$$\omega = \omega_1 \cdot \frac{OC \sin 60^\circ}{OC} = 3,2 \cdot \frac{43,3 \cdot 0,866}{25} = 4,8 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

2. Определите углового ускорения тела $\varepsilon = \varepsilon_A$:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}; \quad \vec{\omega} = \omega \cdot \vec{i}_{\Omega}; \quad \vec{i}_{\Omega} - \text{орт направленный по оси } \Omega.$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\omega}{dt} \cdot \vec{i}_{\Omega} + \omega \frac{d\vec{i}_{\Omega}}{dt}; \quad \frac{d\vec{i}_{\Omega}}{dt} = \vec{\omega}_1 \times \vec{i}_{\Omega}; \quad \frac{d\vec{i}_{\Omega}}{dt} = \omega_1 \cdot \vec{j} \sin 30^\circ; \quad \frac{d\omega_1}{dt} = \varepsilon_1$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\omega}{dt} \cdot \vec{i}_{\Omega} + \omega \omega_1 \sin 30^\circ \cdot \vec{j} = \vec{\varepsilon}_{\parallel} + \vec{\varepsilon}_{\perp}; \quad \varepsilon_{\parallel} = \frac{d\omega_1}{dt} \cdot \frac{43,3 \cdot 0,866}{25} = \varepsilon_1 \cdot 1,5 = -7 \text{ (с}^{-2}\text{)}$$

$$\varepsilon_{\perp} = \omega \cdot \omega_1 \sin 30^\circ = 4,8 \cdot 3,2 \cdot 0,5 = 7,68 \text{ (с}^{-2}\text{)}; \quad \varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{\perp}^2 + \varepsilon_{\parallel}^2};$$

$$\varepsilon = \sqrt{7^2 + 7,68^2} = 10,4 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right) \quad OM = \sqrt{43,3^2 + 15^2} = 45,8 \text{ см}$$

3. Определите скорости точки M тела:

$$v_M = \omega \cdot \sin(\angle MO\Omega) \cdot OM = 4,8 \cdot \sin 71^\circ \cdot 45,8 = 208 \left(\frac{\text{см}}{\text{с}} \right)$$

$$\sin(\angle MO\Omega) = \frac{50 \cdot \sin 60^\circ}{45,8} = 0,945; \quad \angle MO\Omega = \arcsin 0,945 = 71^\circ$$

4. Определите ускорения точки M тела: $\vec{a}_M = \vec{a}_M^{oc} + \vec{a}_M^{bp}$.
 Осциллирующее ускорение: $a_M^{oc} = \omega^2 \cdot OM \sin 71^\circ = 4,8^2 \cdot 45,8 \cdot 0,945 = 998 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$

$$\vec{a}_M^{bp} = \vec{a}_{M\perp}^{bp} + \vec{a}_{M\parallel}^{bp}; \quad a_{M\perp}^{bp} = \varepsilon_{\perp} \cdot OM = 7,68 \cdot 45,8 = 352 \left(\frac{\text{см}}{\text{с}^2} \right)$$

$$a_{M\parallel}^{bp} = \varepsilon_{\parallel} \cdot OM \cos 71^\circ = 7 \cdot 40 \cdot 0,325 = 91 \left(\frac{\text{см}}{\text{с}^2} \right)$$

$$a_M = \sqrt{(a_M^{oc})^2 + (a_{M\perp}^{bp})^2 - 2 a_M^{oc} \cdot a_{M\perp}^{bp} \cos(\angle MO\Omega) + (a_{M\parallel}^{bp})^2};$$

$$a_M = \sqrt{998^2 + 352^2 - 2 \cdot 998 \cdot 352 \cos 71^\circ + 91^2} = \sqrt{900152,42} = 949 \left(\frac{\text{см}}{\text{с}^2} \right)$$

Ответ: $\omega_A = 4,8 \text{ с}^{-1}$; $\varepsilon_A = 10,4 \text{ с}^{-2}$

$v_M = 208 \text{ см/с}$; $a_M = 949 \text{ см/с}^2$

Литература: А.А. Яблонский "Сб. заданий для курсовых работ по теоретической механике" М., "ИП" 2003 г.