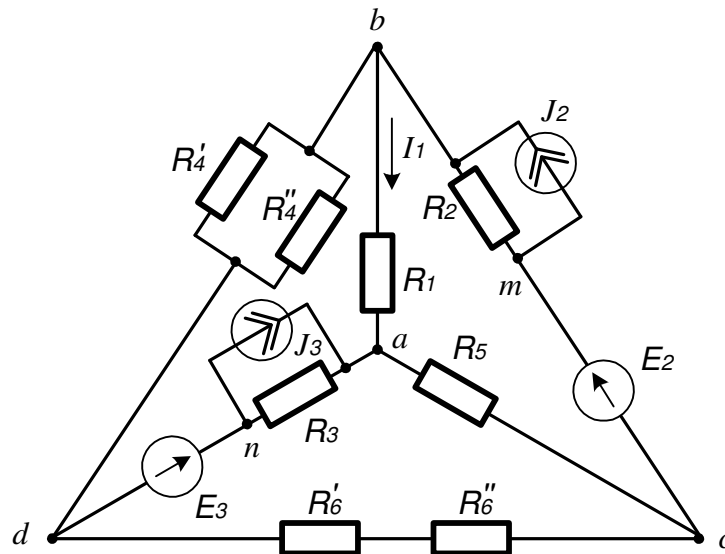


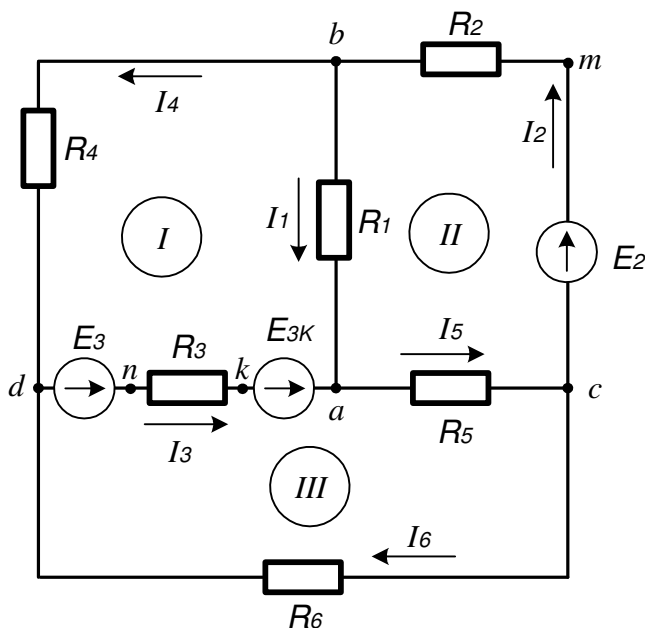
### Задача 1.1.

Дано:

- $R_1 = 20 \text{ Ом}$
- $R_2 = 80 \text{ Ом}$
- $R_3 = 100 \text{ Ом}$
- $R'_4 = 70 \text{ Ом}$
- $R''_4 = 70 \text{ Ом}$
- $R_5 = 150 \text{ Ом}$
- $R'_6 = 24 \text{ Ом}$
- $R''_6 = 16 \text{ Ом}$
- $E_2 = 100 \text{ В}$
- $E_3 = 150 \text{ В}$
- $J_2 = 0$
- $J_3 = 1 \text{ А}$



1) Упростим схему, заменив последовательно и параллельно соединенные резисторы четвертой и шестой ветвей эквивалентными. Дальнейший расчет будем вести для упрощенной схемы



Здесь  $E_{K3} = J_3 R_3 = 1 \cdot 100 = 100 \text{ В}$

Ид. источник тока  $J_2$  можно исключить из схемы, т.к.  $J_2 = 0$

$$R_4 = \frac{R'_4 R''_4}{R'_4 + R''_4} = \frac{70 \cdot 70}{70 + 70} = 35 \text{ Ом}$$

$$R_6 = R'_6 + R''_6 = 24 + 16 = 40 \text{ Ом}$$

В этой схеме:

- Узлов  $У=4$
- Ветвей  $В=6$
- Контуров  $К=3$

2) Составим на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы.

Выберем направления токов в ветвях схемы произвольно.

Количество уравнений необходимых по законам Кирхгофа

по первому закону  $n_1 = У-1 = 4-1 = 3$ ;

по второму закону  $n_2 = К = 3$ ;

общее количество  $n = n_1 + n_2 = 3 + 3 = 6$ ;

По первому закону Кирхгофа

$$\text{для узла "a": } I_1 + I_3 - I_5 = 0$$

$$\text{для узла "b": } -I_1 + I_2 - I_4 = 0$$

$$\text{для узла "c": } -I_2 + I_5 - I_6 = 0$$

По второму закону Кирхгофа

$$\text{для контура I: } -I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = E_3 + E_{3K}$$

$$\text{для контура II: } I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_5 R_5 = E_2$$

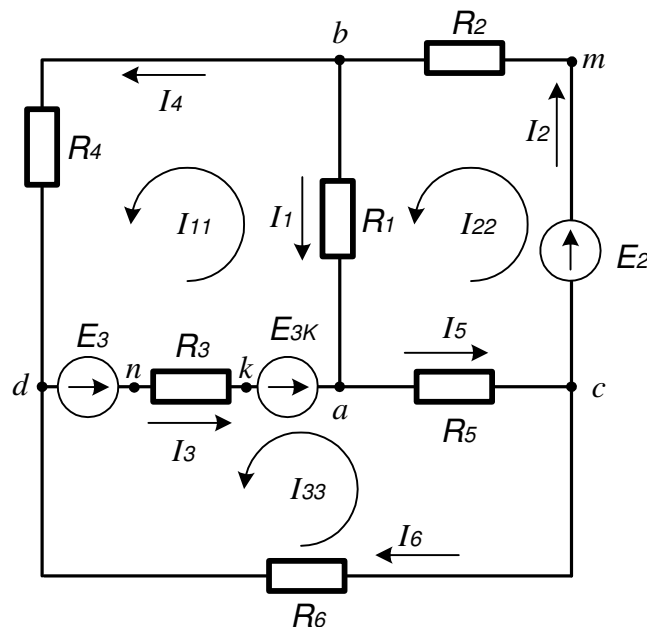
$$\text{для контура III: } I_3 R_3 + I_5 R_5 + I_6 R_6 = E_3 + E_{3K}$$

Запишем систему уравнений подставив числовые значения:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 - I_5 = 0 \\ -I_1 + I_2 - I_4 = 0 \\ -I_2 + I_5 - I_6 = 0 \\ -20 \cdot I_1 + 100 \cdot I_3 + 35 \cdot I_4 = 150 + 100 = 250 \\ 20 \cdot I_1 + 80 \cdot I_2 + 150 \cdot I_5 = 100 \\ 100 \cdot I_3 + 150 \cdot I_5 + 40 \cdot I_6 = 150 + 100 = 250 \end{cases}$$

### 3) Определим токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.

Выберем направления контурных токов произвольно.



Число уравнений, которые необходимо составить для расчета токов в ветвях схемы, всегда равно числу независимых контуров. В данной схеме три независимых контура, поэтому имеем следующую систему:

$$\begin{cases} I_{11} R_{11} + I_{22} R_{12} + I_{33} R_{13} = E_{11} \\ I_{11} R_{21} + I_{22} R_{22} + I_{33} R_{23} = E_{22} \\ I_{11} R_{31} + I_{22} R_{32} + I_{33} R_{33} = E_{33} \end{cases}, \text{ где}$$

$I_{11}, I_{22}, I_{33}$  - контурные токи первого, второго и третьего контуров соответственно (необходимо определить);

$R_{11}, R_{22}, R_{33}$  - суммарные сопротивления первого, второго и третьего контуров соответственно.

$E_{11}, E_{22}, E_{33}$  - алгебраическая сумма ЭДС соответственно первого, второго и третьего контуров, причем если направление ЭДС совпадает с направлением контурного тока, то ЭДС берется со знаком плюс, а если не совпадает, то со знаком минус.

Сопротивления с разными индексами – это взаимные сопротивления, входящие одновременно в состав двух контуров, причем знак взаимного сопротивления берется положительным, если направления контурных токов на нем совпадают, и отрицательным, если нет.

Тогда

$$R_{11} = R_1 + R_3 + R_4 = 20 + 100 + 35 = 155 \text{ Ом}$$

$$R_{22} = R_1 + R_2 + R_5 = 20 + 80 + 150 = 250 \text{ Ом}$$

$$R_{33} = R_3 + R_5 + R_6 = 100 + 150 + 40 = 290 \text{ Ом}$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_1 = -20 \text{ Ом}$$

$$R_{13} = R_{31} = -R_3 = -100 \text{ Ом}$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_5 = -150 \text{ Ом}$$

$$E_{11} = E_3 + E_{3K} = 150 + 100 = 250 \text{ В}$$

$$E_{22} = E_2 = 100 \text{ В}$$

$$E_{33} = -E_3 - E_{3K} = -150 - 100 = -250 \text{ В}$$

Подставим найденные значения в систему уравнений:

$$\begin{cases} 155 \cdot I_{11} - 20 \cdot I_{22} - 100 \cdot I_{33} = 250 \\ -20 \cdot I_{11} + 250 \cdot I_{22} - 150 \cdot I_{33} = 100 \\ -100 \cdot I_{11} - 150 \cdot I_{22} + 290 \cdot I_{33} = -250 \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, находим контурные токи.

Выразим из третьего уравнения  $I_{11}$  через  $I_{22}$  и  $I_{33}$ , и подставим найденное выражение в оставшиеся два уравнения системы, тем самым упростив ее.

$$I_{11} = \frac{-250 + 150 \cdot I_{22} - 290 \cdot I_{33}}{-100} = 2,5 - 1,5 \cdot I_{22} + 2,9 \cdot I_{33}$$

Запишем новую систему уравнений

$$\begin{cases} 155 \cdot (2,5 - 1,5 \cdot I_{22} + 2,9 \cdot I_{33}) - 20 \cdot I_{22} - 100 \cdot I_{33} = 250 \\ -20 \cdot (2,5 - 1,5 \cdot I_{22} + 2,9 \cdot I_{33}) + 250 \cdot I_{22} - 150 \cdot I_{33} = 100 \\ -252,5 \cdot I_{22} + 349,5 \cdot I_{33} = -137,5 \\ 280 \cdot I_{22} - 208 \cdot I_{33} = 150 \end{cases}$$

Выразим из второго уравнения системы  $I_{22}$  через  $I_{33}$

$$I_{22} = \frac{150 + 208 \cdot I_{33}}{280} \approx 0,5357 + 0,7429 \cdot I_{33}$$

Подставим найденное выражение в первое уравнение новой системы и найдем  $I_{33}$

$$-252,5 \cdot (0,5357 + 0,7429 \cdot I_{33}) + 349,5 \cdot I_{33} = -137,5$$

$$161,9178 \cdot I_{33} = -2,2358$$

$$\Rightarrow I_{33} = \frac{-2,2358}{161,9178} \approx -0,0138 \text{ A}$$

Тогда:

$$I_{22} = 0,5357 + 0,7429 \cdot I_{33} = 0,5357 + 0,7429 \cdot (-0,0138) \approx 0,5254 \text{ A}$$

$$I_{11} = 2,5 - 1,5 \cdot I_{22} + 2,9 \cdot I_{33} = 2,5 - 1,5 \cdot 0,5254 + 2,9 \cdot (-0,0138) \approx 1,6719 \text{ A}$$

Далее выразим истинные токи через контурные. Ток в ветви, принадлежащей двум или нескольким контурам, равен алгебраической сумме соответствующих контурных токов. Со знаком плюс берутся контурные токи, совпадающие с током этой ветви, со знаком минус – не совпадающие с ним.

$$I_1 = I_{22} - I_{11} = 0,5254 - 1,6719 = -1,1465 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{22} = 0,5254 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{11} - I_{33} = 1,6719 - (-0,0138) = 1,6857 \text{ A}$$

$$I_4 = I_{11} = 1,6719 \text{ A}$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = 0,5254 - (-0,0138) = 0,5392 \text{ A}$$

$$I_6 = -I_{33} = 0,0138 \text{ A}$$

#### 4) Определим токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов (МУП)

В соответствии с указаниями:

выберем в качестве базисного узел « d » и его потенциал приравняем к нулю  $V_d = 0$

Остаются неизвестными потенциалы узлов « a », « b » и « c »

Вычислим собственные проводимости этих узлов

$$G_{aa} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{20} + \frac{1}{100} + \frac{1}{150} \approx 0,066667 \text{ См}$$

$$G_{bb} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{20} + \frac{1}{80} + \frac{1}{35} \approx 0,091071 \text{ См}$$

$$G_{cc} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{80} + \frac{1}{150} + \frac{1}{40} \approx 0,044167 \text{ См}$$

Общая проводимость этих узлов

$$G_{ab} = G_{ba} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ См}$$

$$G_{ac} = G_{ca} = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{150} \approx 0,006667 \text{ См}$$

$$G_{cb} = G_{bc} = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{80} = 0,0125 \text{ См}$$

Находим узловые токи

$$\text{в узле « а »: } I_{aa} = \frac{E_3 + E_{3K}}{R_3} = \frac{150 + 100}{100} = 2,5 \text{ А}$$

$$\text{в узле « б »: } I_{bb} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{100}{80} = 1,25 \text{ А}$$

$$\text{в узле « с »: } I_{cc} = -\frac{E_2}{R_2} = -\frac{100}{80} = -1,25 \text{ А}$$

Составим систему уравнений для нахождения потенциалов узлов по методу узловых напряжений

$$\begin{cases} G_{aa}V_a - G_{ab}V_b - G_{ac}V_c = I_{aa} \\ -G_{ba}V_a + G_{bb}V_b - G_{bc}V_c = I_{bb} \\ -G_{ca}V_a - G_{cb}V_b + G_{cc}V_c = I_{cc} \end{cases}$$

Подставим числовые значения

$$\begin{cases} 0,066667 \cdot V_a - 0,05 \cdot V_b - 0,006667 \cdot V_c = 2,5 \\ -0,05 \cdot V_a + 0,091071 \cdot V_b - 0,0125 \cdot V_c = 1,25 \\ -0,006667 \cdot V_a - 0,0125 \cdot V_b + 0,044167 \cdot V_c = -1,25 \end{cases}$$

Решая эту систему находим потенциалы узлов:

Составляем определитель матрицы из коэффициентов системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,066667 & -0,05 & -0,006667 \\ -0,05 & 0,091071 & -0,0125 \\ -0,006667 & -0,0125 & 0,044167 \end{vmatrix} \approx 1,349 \times 10^{-4}$$

Тогда по методу Крамера:

$$V_a = \frac{\begin{vmatrix} 2,5 & -0,05 & -0,006667 \\ 1,25 & 0,091071 & -0,0125 \\ -1,25 & -0,0125 & 0,044167 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{1,099 \times 10^{-2}}{1,349 \times 10^{-4}} \approx 81,468 \text{ В}$$

$$V_b = \frac{\begin{vmatrix} 0,066667 & 2,5 & -0,006667 \\ -0,05 & 1,25 & -0,0125 \\ -0,006667 & -1,25 & 0,044167 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{7,8958 \times 10^{-3}}{1,349 \times 10^{-4}} \approx 58,531 \text{ В}$$

$$V_c = \frac{\begin{vmatrix} 0,066667 & -0,05 & 2,5 \\ -0,05 & 0,091071 & 1,25 \\ -0,006667 & -0,0125 & -1,25 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{7,441 \times 10^{-5}}{1,349 \times 10^{-4}} \approx 0,552 \text{ В}$$

Рассчитаем токи в ветвях, выбирая предварительно их условные положительные направления, как в схеме при расчете методом контурных токов

$$I_1 = \frac{V_b - V_a}{R_1} = \frac{58,531 - 81,468}{20} \approx -1,1469 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_c - V_b + E_2}{R_2} = \frac{0,552 - 58,531 + 100}{80} \approx 0,5253 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_d - V_a + E_3 + E_{3K}}{R_3} = \frac{0 - 81,468 + 150 + 100}{100} \approx 1,6853 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{V_b - V_d}{R_4} = \frac{58,531 - 0}{35} \approx 1,6723 \text{ A}$$

$$I_5 = \frac{V_a - V_c}{R_5} = \frac{81,468 - 0,552}{150} \approx 0,5394 \text{ A}$$

$$I_6 = \frac{V_c - V_d}{R_6} = \frac{0,552 - 0}{40} = 0,0138 \text{ A}$$

5) Результаты расчетов токов, проведенного двумя методами, сведем в таблицу и сравним их между собой.

	$I_1, \text{A}$	$I_2, \text{A}$	$I_3, \text{A}$	$I_4, \text{A}$	$I_5, \text{A}$	$I_6, \text{A}$
Метод контурных токов	-1,1465	0,5254	1,6857	1,6719	0,5392	0,0138
Метод узловых потенциалов	-1,1469	0,5253	1,6853	1,6723	0,5394	0,0138

Как видно, из таблицы расчеты проведенные двумя методами хорошо совпадают, а небольшие неточности обусловлены округлением промежуточных величин при вычислении токов этими методами.

6) Составить баланс мощностей в исходной схеме (схеме с источником тока), вычислив суммарную мощность источников и суммарную мощность нагрузок (сопротивлений).

Суммарная мощность источников

$$\sum P_{ист} = E_2 I_2 + (E_3 + E_{k3}) I_3 = 100 \cdot 0,5254 + (150 + 100) \cdot 1,6857 = 473,965 \text{ Вт}$$

Суммарная мощность приемников

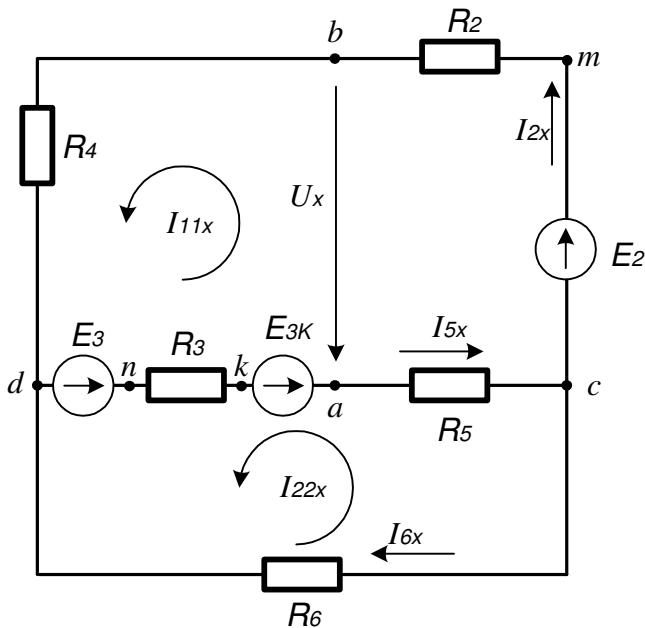
$$\sum P_{пр} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = (-1,1465)^2 \cdot 20 + 0,5254^2 \cdot 80 + 1,6857^2 \cdot 100 + 1,6719^2 \cdot 35 + 0,5392^2 \cdot 150 + 0,0138^2 \cdot 40 \approx 473,983 \text{ Вт}$$

Допускается расхождение баланса активных мощностей

$$\Delta P = \frac{\sum P_{пр} - \sum P_{ист}}{\sum P_{пр}} \cdot 100\% = \frac{473,983 - 473,965}{473,983} \cdot 100\% \approx 0,0038\% < 0,5\%$$

Как видим баланс мощностей сходится, значит расчет произведен верно.

7) Определить ток  $I_1$  в заданной по условию схеме с источником тока, используя метод эквивалентного генератора.



Используя метод эквивалентного источника, выделяем ветвь « b-a », а всю остальную часть схемы рассматриваем как активный двухполюсник.

Для определения параметров этого двухполюсника разомкнем ветвь « b-a », (режим XX) и найдем напряжение  $U_X = U_{ba}$

Для этого выберем произвольно направления токов в ветвях схемы и направления контурных токов.

$$\begin{cases} R_{11x}I_{11x} + R_{12x}I_{22x} = E_{11x} \\ R_{21x}I_{11x} + R_{22x}I_{22x} = E_{22x} \end{cases}$$

Здесь

$$R_{11x} = R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 80 + 100 + 35 + 150 = 365 \text{ Ом}$$

$$R_{22x} = R_3 + R_5 + R_6 = 100 + 150 + 40 = 290 \text{ Ом}$$

$$R_{12x} = R_{21x} = -R_3 - R_5 = -100 - 150 = -250 \text{ Ом}$$

$$E_{11x} = E_3 + E_{3K} + E_2 = 150 + 100 + 100 = 350 \text{ В}$$

$$E_{22x} = -E_3 - E_{3K} = -150 - 100 = -250 \text{ В}$$

Подставим числовые значения

$$\begin{cases} 365 \cdot I_{11x} - 250 \cdot I_{22x} = 350 \\ -250 \cdot I_{11x} + 290 \cdot I_{22x} = -250 \end{cases}$$

Выразим из второго уравнения системы  $I_{11x}$  через  $I_{22x}$

$$I_{11x} = \frac{-250 - 290 \cdot I_{22x}}{-250} = 1 + 1,16 \cdot I_{22x}$$

Теперь подставим найденное выражение в первое уравнение системы и найдем  $I_{22x}$

$$365 \cdot (1 + 1,16 \cdot I_{22x}) - 250 \cdot I_{22x} = 350$$

$$173,4 \cdot I_{22x} = -15$$

$$\Rightarrow I_{22x} = \frac{-15}{173,4} \approx -0,0865 \text{ А}$$

тогда

$$I_{11x} = 1 + 1,16 \cdot I_{22x} = 1 + 1,16 \cdot (-0,0865) \approx 0,8997 \text{ А}$$

Выразим истинные токи через контурные

$$I_{2x} = I_{11x} = 0,8997 \text{ A}$$

$$I_{5x} = I_{11x} - I_{22x} = 0,8997 - (-0,0865) = 0,9862 \text{ A}$$

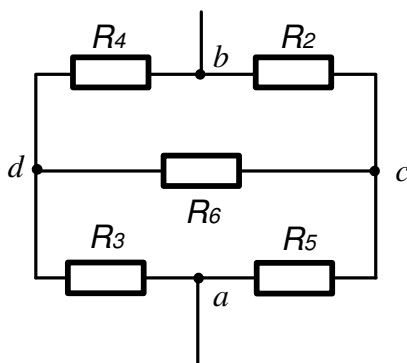
Получаем

$$\begin{aligned} E_{\text{ЭК}} = U_X = U_{ba} = V_b - V_a = V_b - (V_b + I_{2x}R_2 - E_2 + I_{5x}R_5) &= -I_{2x}R_2 + E_2 - I_{5x}R_5 = \\ &= -0,8997 \cdot 80 + 100 - 0,9862 \cdot 150 = -119,906 \text{ B} \end{aligned}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного источника равно входному сопротивлению относительно выводов «b-a» пассивного двухполюсника.

Входное сопротивление двухполюсника относительно выводов «b-a» определяется при устранении из схемы активного двухполюсника всех источников (ветви с источниками тока разрываются, а источники ЭДС в ветвях закорачиваются).

Перерисуем данную схему заменив соединение треугольником резисторов  $R_2$ ,  $R_4$  и  $R_6$  на эквивалентное сопротивление звездой  $R_b$ ,  $R_c$  и  $R_d$



, где

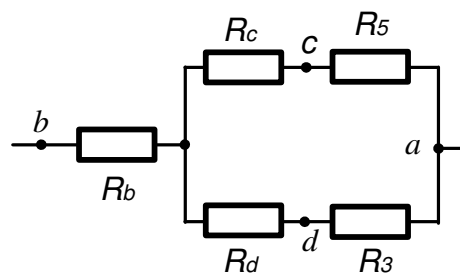
$$R_b = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{80 \cdot 35}{80 + 35 + 40} \approx 18,065 \text{ Ом}$$

$$R_c = \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{80 \cdot 40}{80 + 35 + 40} \approx 20,645 \text{ Ом}$$

$$R_d = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{35 \cdot 40}{80 + 35 + 40} \approx 9,032 \text{ Ом}$$

тогда

$$R_{ba} = R_b + \frac{(R_c + R_5) \cdot (R_d + R_3)}{R_c + R_5 + R_d + R_3} = 18,065 + \frac{(20,645 + 150) \cdot (9,032 + 100)}{20,645 + 150 + 9,032 + 100} \approx 84,591 \text{ Ом}$$

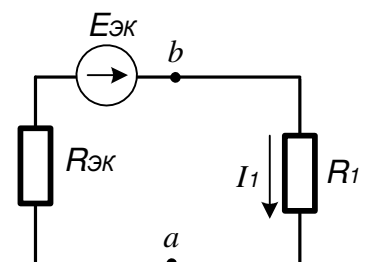


Внутреннее сопротивление эквивалентного источника  $R_{\text{ЭК}} = R_{ba} = 84,591 \text{ Ом}$

Окончательная расчетная схема имеет вид одноконтурной цепи, включающей эквивалентный источник с ЭДС  $E_{\text{ЭК}}$  и внутренним сопротивлением  $R_{\text{ЭК}}$  заменяющий активный двухполюсник.

Тогда:

$$I_1 = \frac{E_{\text{ЭК}}}{R_{\text{ЭК}} + R_1} = \frac{-119,906}{84,591 + 20} \approx -1,1464 \text{ A}$$



Видно, что полученное значение хорошо совпадает со значением полученным в п.2. и п.3.



8) Начертить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, включающего обе ЭДС

В соответствии с указаниями примем  $V_d = 0$

Найдем потенциалы остальных точек контура:

$$V_n = V_d + E_3 = 0 + 150 = 150 \text{ В}$$

$$V_k = V_n - I_3 R_3 = 150 - 1,6857 \cdot 100 = -18,57 \text{ В}$$

$$V_a = V_k + E_{3K} = -18,57 + 100 = 81,43 \text{ В}$$

$$V_c = V_a - I_5 R_5 = 81,43 - 0,5392 \cdot 150 = 0,55 \text{ В}$$

$$V_m = V_c + E_2 = 0,55 + 100 = 100,55 \text{ В}$$

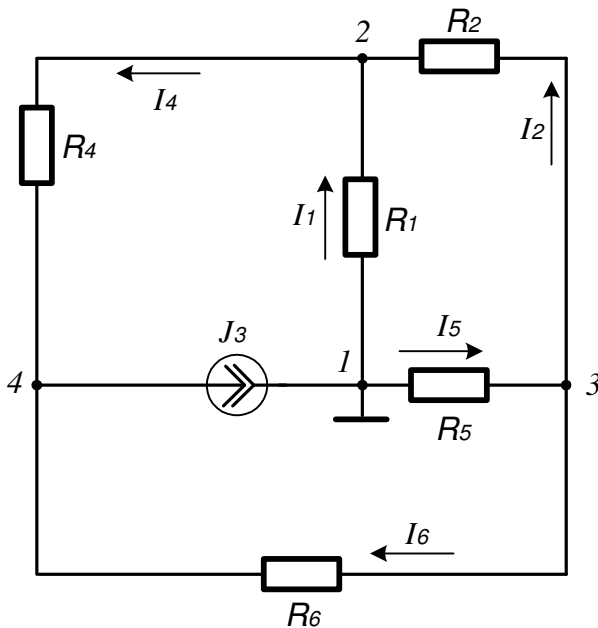
$$V_b = V_m - I_2 R_2 = 100,55 - 0,5254 \cdot 80 = 58,518 \text{ В}$$

$$V_d = V_b - I_4 R_4 = 58,518 - 1,6719 \cdot 35 = 0,0015 \approx 0$$

Теперь построим потенциальную диаграмму:



9) В заданной схеме, закоротим все источники ЭДС, разомкнем сопротивление, шунтирующее источник тока, заземлим узел 1 и узел 4 примем за сток – в соответствии с заданным вариантом



Узлы схемы *a, b, c, d* заменим на *1, 2, 3, 4* соответственно.

Запишем выражения для нахождения токов в ветвях цепи:

$$I_1 = (V_1 - V_2)G_1 = -V_2G_1$$

$$I_2 = (V_3 - V_2)G_2$$

$$I_3 = (V_2 - V_4)G_3$$

$$I_4 = (V_1 - V_3)G_4 = -V_3G_4$$

$$I_5 = (V_3 - V_4)G_5$$

Составив уравнения по I-у закону Кирхгофа для узлов схемы получим:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ -I_1 - I_4 + J_3 = 0 \\ -I_2 + I_5 - I_6 = 0 \end{cases}$$

Подставив найденные выражения для токов получим:

$$\begin{cases} -V_2G_1 + (V_3 - V_2)G_2 - (V_2 - V_4)G_3 = 0 \\ V_2G_1 + V_3G_4 + J_3 = 0 \\ -(V_3 - V_2)G_2 - V_3G_5 - (V_3 - V_4)G_6 = 0 \\ -V_2(G_1 + G_2 + G_3) + V_3G_2 + V_4G_3 = 0 \\ V_2G_1 + V_3G_4 + J_3 = 0 \\ V_2G_2 - V_3(G_2 + G_5 + G_6) + V_4G_3 = 0 \end{cases}$$

Преобразуя ее получим:

$$\begin{cases} -V_2(G_1 + G_2 + G_3) + V_3G_2 + \left(\frac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6}V_3 - \frac{G_2}{G_6}V_2\right)G_3 = 0 \\ V_2G_1 + V_3G_4 + J_3 = 0 \\ V_4 = \frac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6}V_3 - \frac{G_2}{G_6}V_2 \\ -\left(G_1 + G_2 + G_3 + \frac{G_2G_3}{G_6}\right)V_2 + \left(G_2 + \frac{(G_2 + G_5 + G_6)G_3}{G_6}\right)V_3 = 0 \\ V_2G_1 + V_3G_4 + J_3 = 0 \\ V_4 = \frac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6}V_3 - \frac{G_2}{G_6}V_2 \end{cases}$$

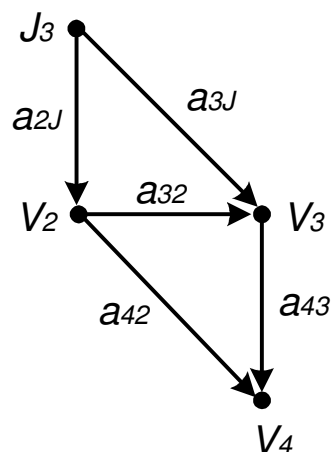
$$\left\{ \begin{array}{l} -\left(G_1 + G_2 + G_4 + \frac{G_2 G_4}{G_6}\right) V_2 + \left(G_2 + \frac{(G_2 + G_5 + G_6) G_4}{G_6}\right) \left(-\frac{1}{G_5} J_3 - \frac{G_1}{G_5} V_2\right) = 0 \\ V_3 = -\frac{1}{G_5} J_3 - \frac{G_1}{G_5} V_2 \\ V_4 = \frac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6} V_3 - \frac{G_2}{G_6} V_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(G_1 + G_2 + G_4) G_5 G_6 + G_2 G_4 G_5 + G_1 G_2 G_6 + (G_2 + G_5 + G_6) G_4 G_1}{G_5 G_6} V_2 = \frac{G_2 G_6 + (G_2 + G_5 + G_6) G_4}{G_6 G_5} J_3 \\ V_3 = -\frac{1}{G_5} J_3 - \frac{G_1}{G_5} V_2 \\ V_4 = \frac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6} V_3 - \frac{G_2}{G_6} V_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_2 = -\frac{G_2 G_6 + (G_2 + G_5 + G_6) G_4}{(G_1 + G_2 + G_4) G_5 G_6 + G_2 G_4 G_5 + G_1 G_2 G_6 + (G_2 + G_5 + G_6) G_4 G_1} J_3 \\ V_3 = -\frac{1}{G_5} J_3 - \frac{G_1}{G_5} V_2 \\ V_4 = \frac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6} V_3 - \frac{G_2}{G_6} V_2 \end{array} \right.$$

Начертим сигнальный граф, используя уравнения составленные для полученной схемы по методу узловых потенциалов, обозначим передачи ветвей как  $a_{km}$ : индекс  $k$  – соответствует узлу, к которому направлена стрелка на ветви, а индекс  $m$  – узлу, из которого ветвь исходит. Узлы схемы  $a, b, c, d$  заменим на  $1, 2, 3, 4$  соответственно.

На основании полученной системы начертим сигнальный граф:



где:

$$a_{2J} = -\frac{G_2 G_6 + (G_2 + G_5 + G_6) G_4}{(G_1 + G_2 + G_4) G_5 G_6 + G_2 G_4 G_5 + G_1 G_2 G_6 + (G_2 + G_5 + G_6) G_4 G_1}$$
$$a_{3J} = -\frac{1}{G_5}$$
$$a_{32} = -\frac{G_1}{G_5}$$
$$a_{42} = -\frac{G_2}{G_6}$$
$$a_{43} = \frac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6}$$

По формуле Мезона определим передачу от истока (источника тока) к стоку:

$$G = \frac{\sum_{k=1}^n P_k \Delta_k}{\Delta} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3}{\Delta}$$

, где  $n=3$  - число прямых путей

Для первого прямого пути с передачей  $P_1 = a_{2J} \cdot a_{42}$  определитель  $\Delta_1 = 1$

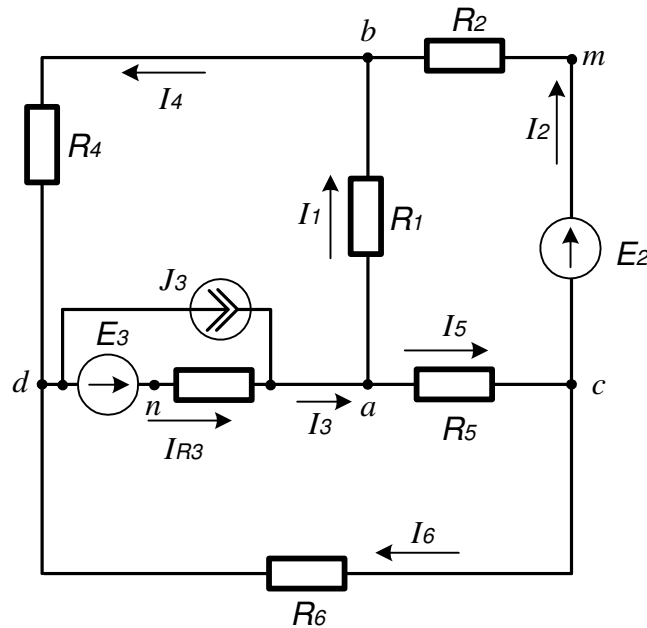
Для второго прямого пути с передачей  $P_2 = a_{3J} \cdot a_{43}$  определитель  $\Delta_2 = 1$

Для третьего прямого пути с передачей  $P_3 = a_{2J} \cdot a_{32} \cdot a_{43}$  определитель  $\Delta_3 = 1$

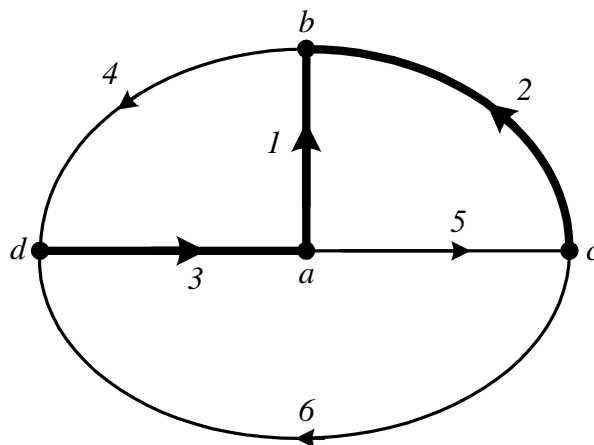
Знаменатель  $\Delta = 1$

10. Для исходной схемы своего варианта, составим систему уравнений по методу узловых потенциалов (для четного варианта)

10.1. В соответствии с указаниями к выполнению пункта 10 преобразовываем схему, перенеся точку подключения источника тока  $J_3$  через источник ЭДС  $E_3$ . Данное преобразование не вызовет перераспределения токов во всех участках цепи, за исключением самого источника  $E_3$ , ток в котором уменьшится на величину  $J_3$ . Направления токов в ветвях указываем в соответствии с фактическим направлением согласно результатам расчета токов в схеме п. 3.



10.2. Данная схема имеет четыре узла ( $m=4$ ) и шесть обобщенных ветвей ( $n=6$ ). Число независимых контуров, равное числу ветвей связи,  $s = n - m + 1 = 3$ . Строим граф схемы с выбранным деревом (согласно указаний ветви 1, 2, 3).



**10.3.** Составляем узловую матрицу. Вначале составим неопределенную матрицу, принимая значение элемента матрицы равным единице, если ветвь соединена с узлом и ориентирована от него, минус единице, если соединена и ориентирована к узлу и нулю, если ветвь не соединена с узлом.

$$[A]_{\text{H}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Убеждаемся, что матрица составлена правильно, так как сумма элементов каждого столбца равна 0. Переходим к редуцированной узловой матрице путем вычеркивания строки, соответствующей заземленному узлу "d".

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

**10.4.** Записав столбцы узловой матрицы как строки, получаем транспонированную матрицу

$$[A]^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**10.5.** Учитывая, что матрица проводимостей  $[g_b]$  является диагональной квадратной, а матрицы  $[E_b]$ ,  $[J_b]$  и  $[\varphi]$  – столбцовыми, получаем матричную запись уравнения по методу узловых потенциалов:

$$[A][g_b][A]^T[\varphi] = [A]\{[J_b] - [g_b][E_b]\}$$

Для левой части уравнения, перемножая последовательно матрицы  $[A][g_b][A]^T$ , имеем:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 & & & & & \\ & g_2 & & & & \\ & & g_3 & & & \\ & & & g_4 & & \\ & & & & g_5 & \\ & & & & & g_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} g_1 & 0 & -g_3 & 0 & g_5 & 0 \\ -g_1 & -g_2 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 & 0 & -g_5 & g_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} g_1 + g_3 + g_5 & -g_1 & -g_5 \\ -g_1 & g_1 + g_2 + g_4 & -g_2 \\ -g_5 & -g_2 & g_2 + g_5 + g_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix};$$

Для правой части уравнения, выполняя последовательно операции с матрицами, имеем:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -J_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1 & & & & & \\ & g_2 & & & & \\ & & g_3 & & & \\ & & & g_4 & & \\ & & & & g_5 & \\ & & & & & g_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ E_2 \\ E_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -J_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 E_2 \\ g_3 E_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -g_2 E_2 \\ -g_3 E_3 - J_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_3 E_3 + J_3 \\ g_2 E_2 \\ -g_2 E_2 \end{bmatrix};$$

Таким образом получаем систему уравнений по методу узловых потенциалов в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} g_1 + g_3 + g_5 & -g_1 & -g_5 \\ -g_1 & g_1 + g_2 + g_4 & -g_2 \\ -g_5 & -g_2 & g_2 + g_5 + g_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_3 E_3 + J_3 \\ g_2 E_2 \\ -g_2 E_2 \end{bmatrix}$$