Дано:

$R_1 = 20\ Ом$

$R_2 = 80\ Ом$

$R_3 = 100\ Ом$

$R_4' = 70\ Ом$

$R_4'' = 70\ Ом$

$R_5 = 150\ Ом$

$R_6' = 24\ Ом$

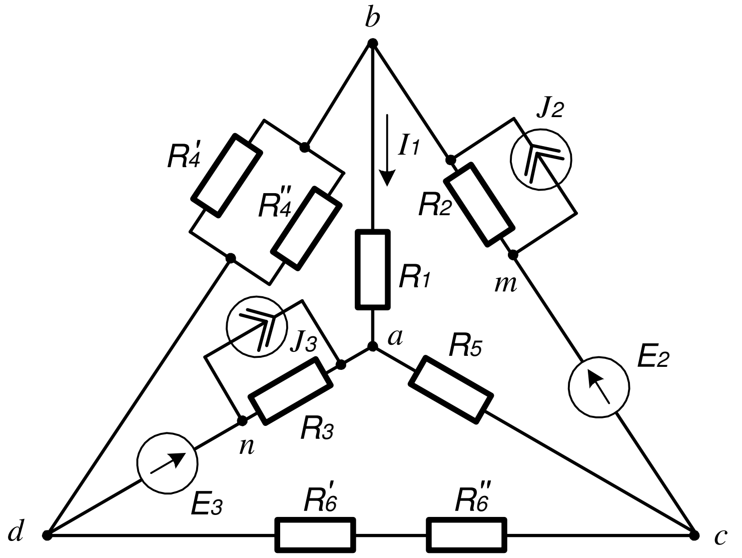
$R_6'' = 16\ Ом$

$E_2 = 100\ В$

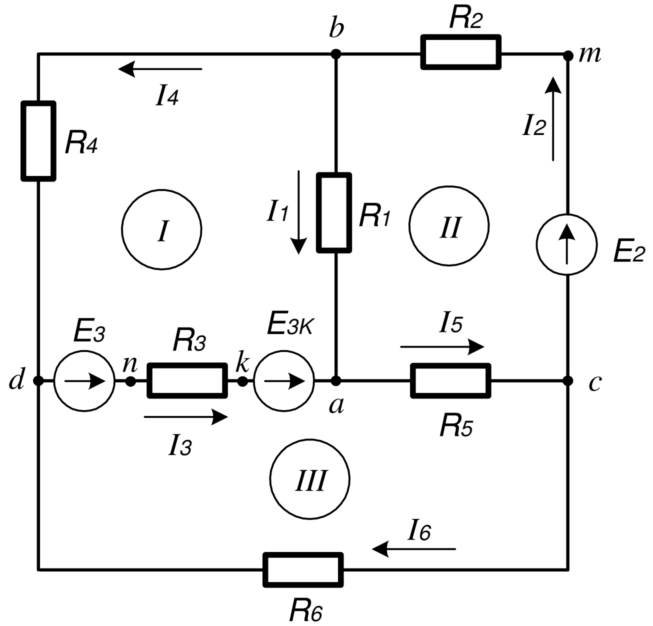
$E_3 = 150\ В$

$J_2 = 0$

$J_3 = 1\ A$



1) Упростим схему, заменив последовательно и параллельно соединенные резисторы четвертой и шестой ветвей эквивалентными. Дальнейший расчет будем вести для упрощенной схемы



Здесь $E_{K3} = J_3 R_3 = 1 \cdot 100 = 100\ В$

Ид. источник тока J_2 можно исключить из схемы, т.к. $J_2 = 0$

$$R_4 = \frac{R_4' R_4''}{R_4' + R_4''} = \frac{70 \cdot 70}{70 + 70} = 35\ Ом$$

$$R_6 = R_6' + R_6'' = 24 + 16 = 40\ Ом$$

В этой схеме:

Узлов У=4

Ветвей В=6

Контуров К=3

2) Составим на основании законов Кирхгофа систему уравнений для расчета токов во всех ветвях схемы.

Выберем направления токов в ветвях схемы произвольно.

Количество уравнений необходимых по законам Кирхгофа

по первому закону n_1 = У-1 = 4-1 = 3;

по второму закону n_2 = К = 3;

общее количество $n = n_1 + n_2 = 3 + 3 = 6$;

По первому закону Кирхгофа

для узла “**a**”: $I_1 + I_3 - I_5 = 0$

для узла “**b**”: $-I_1 + I_2 - I_4 = 0$

для узла “**c**”: $-I_2 + I_5 - I_6 = 0$

По второму закону Кирхгофа

для контура I: $-I_1R_1 + I_3R_3 + I_4R_4 = E_3 + E_{3K}$

для контура II: $I_1R_1 + I_2R_2 + I_5R_5 = E_2$

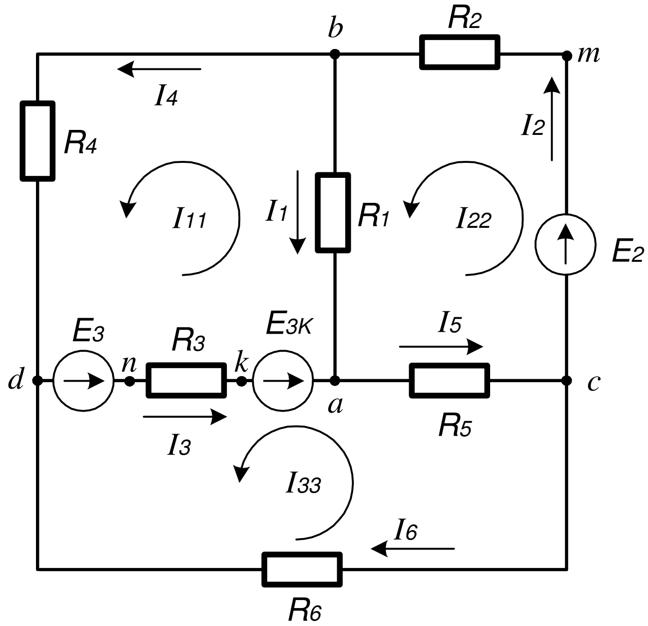
для контура III: $I_3R_3 + I_5R_5 + I_6R_6 = E_3 + E_{3K}$

Запишем систему уравнений подставив числовые значения:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 - I_5 = 0 \\ -I_1 + I_2 - I_4 = 0 \\ -I_2 + I_5 - I_6 = 0 \\ -20 \cdot I_1 + 100 \cdot I_3 + 35 \cdot I_4 = 150 + 100 = 250 \\ 20 \cdot I_1 + 80 \cdot I_2 + 150 \cdot I_5 = 100 \\ 100 \cdot I_3 + 150 \cdot I_5 + 40 \cdot I_6 = 150 + 100 = 250 \end{cases}$$

3) Определим токи во всех ветвях схемы методом контурных токов.

Выберем направления контурных токов произвольно.



Число уравнений, которые необходимо составить для расчета токов в ветвях схемы, всегда равно числу независимых контуров. В данной схеме три независимых контура, поэтому имеем следующую систему:

$$\begin{cases} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} = E_{11} \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} = E_{22} \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} = E_{33} \end{cases}$$, где

I_{11}, I_{22}, I_{33} - контурные токи первого, второго и третьего контуров соответственно (необходимо определить);

R_{11}, R_{22}, R_{33} - суммарные сопротивления первого, второго и третьего контуров соответственно.

E_{11}, E_{22}, E_{33} - алгебраическая сумма ЭДС соответственно первого, второго и третьего контуров, причем если направление ЭДС совпадает с направлением контурного тока, то ЭДС берется со знаком плюс, а если не совпадает, то со знаком минус.

Сопротивления с разными индексами – это взаимные сопротивления, входящие одновременно в состав двух контуров, причем знак взаимного сопротивления берется положительным, если направления контурных токов на нем совпадают, и отрицательным, если нет.

Тогда

$$R_{11} = R_1 + R_3 + R_4 = 20 + 100 + 35 = 155 \text{ Ом}$$
$$R_{22} = R_1 + R_2 + R_5 = 20 + 80 + 150 = 250 \text{ Ом}$$
$$R_{33} = R_3 + R_5 + R_6 = 100 + 150 + 40 = 290 \text{ Ом}$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_1 = -20 \text{ Ом}$$
$$R_{13} = R_{31} = -R_3 = -100 \text{ Ом}$$
$$R_{23} = R_{32} = -R_5 = -150 \text{ Ом}$$

$$E_{11} = E_3 + E_{3K} = 150 + 100 = 250 \text{ В}$$
$$E_{22} = E_2 = 100 \text{ В}$$
$$E_{33} = -E_3 - E_{3K} = -150 - 100 = -250 \text{ В}$$

Подставим найденные значения в систему уравнений:

$$\begin{cases} 155 \cdot I_{11} - 20 \cdot I_{22} - 100 \cdot I_{33} = 250 \\ -20 \cdot I_{11} + 250 \cdot I_{22} - 150 \cdot I_{33} = 100 \\ -100 \cdot I_{11} - 150 \cdot I_{22} + 290 \cdot I_{33} = -250 \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, находим контурные токи.

Выразим из третьего уравнения I_{11} через I_{22} и I_{33}, и подставим найденное выражение в оставшиеся два уравнения системы, тем самым упростив ее.

$$I_{11} = \frac{-250 + 150 \cdot I_{22} - 290 \cdot I_{33}}{-100} = 2{,}5 - 1{,}5 \cdot I_{22} + 2{,}9 \cdot I_{33}$$

Запишем новую систему уравнений

$$\begin{cases} 155 \cdot (2{,}5 - 1{,}5 \cdot I_{22} + 2{,}9 \cdot I_{33}) - 20 \cdot I_{22} - 100 \cdot I_{33} = 250 \\ -20 \cdot (2{,}5 - 1{,}5 \cdot I_{22} + 2{,}9 \cdot I_{33}) + 250 \cdot I_{22} - 150 \cdot I_{33} = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -252{,}5 \cdot I_{22} + 349{,}5 \cdot I_{33} = -137{,}5 \\ 280 \cdot I_{22} - 208 \cdot I_{33} = 150 \end{cases}$$

Выразим из второго уравнения системы I_{22} через I_{33}

$$I_{22} = \frac{150 + 208 \cdot I_{33}}{280} \approx 0{,}5357 + 0{,}7429 \cdot I_{33}$$

Подставим найденное выражение в первое уравнение новой системы и найдем I_{33}

$$-252{,}5\cdot\left(0{,}5357+0{,}7429\cdot I_{33}\right)+349{,}5\cdot I_{33}=-137{,}5$$
$$161{,}9178\cdot I_{33}=-2{,}2358$$
$$\Rightarrow I_{33}=\frac{-2{,}2358}{161{,}9178}\approx-0{,}0138\ A$$

Тогда:

$$I_{22}=0{,}5357+0{,}7429\cdot I_{33}=0{,}5357+0{,}7429\cdot(-0{,}0138)\approx0{,}5254\ A$$
$$I_{11}=2{,}5-1{,}5\cdot I_{22}+2{,}9\cdot I_{33}=2{,}5-1{,}5\cdot0{,}5254+2{,}9\cdot(-0{,}0138)\approx1{,}6719\ A$$

Далее выразим истинные токи через контурные. Ток в ветви, принадлежащей двум или нескольким контурам, равен алгебраической сумме соответствующих контурных токов. Со знаком плюс берутся контурные токи, совпадающие с током этой ветви, со знаком минус – не совпадающие с ним.

$$I_1=I_{22}-I_{11}=0{,}5254-1{,}6719=-1{,}1465\ A$$
$$I_2=I_{22}=0{,}5254\ A$$
$$I_3=I_{11}-I_{33}=1{,}6719-(-0{,}0138)=1{,}6857\ A$$
$$I_4=I_{11}=1{,}6719\ A$$
$$I_5=I_{22}-I_{33}=0{,}5254-(-0{,}0138)=0{,}5392\ A$$
$$I_6=-I_{33}=0{,}0138\ A$$

4) Определим токи во всех ветвях схемы методом узловых потенциалов (МУП)

В соответствии с указаниями:
выберем в качестве базисного узел « d » и его потенциал приравняем к нулю $V_d=0$

Остаются неизвестными потенциалы узлов « a », « b » и « c »

Вычислим собственные проводимости этих узлов

$$G_{aa}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_5}=\frac{1}{20}+\frac{1}{100}+\frac{1}{150}\approx0{,}066667\ См$$
$$G_{bb}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_4}=\frac{1}{20}+\frac{1}{80}+\frac{1}{35}\approx0{,}091071\ См$$
$$G_{cc}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}=\frac{1}{80}+\frac{1}{150}+\frac{1}{40}\approx0{,}044167\ См$$

Общая проводимость этих узлов

$$G_{ab}=G_{ba}=\frac{1}{R_1}=\frac{1}{20}=0{,}05\ См$$
$$G_{ac}=G_{ca}=\frac{1}{R_5}=\frac{1}{150}\approx0{,}006667\ См$$
$$G_{cb}=G_{bc}=\frac{1}{R_2}=\frac{1}{80}=0{,}0125\ См$$

Находим узловые токи

в узле « a »: $I_{aa} = \dfrac{E_3 + E_{3K}}{R_3} = \dfrac{150+100}{100} = 2,5\ \ A$

в узле « b »: $I_{bb} = \dfrac{E_2}{R_2} = \dfrac{100}{80} = 1,25\ \ A$

в узле « c »: $I_{cc} = -\dfrac{E_2}{R_2} = -\dfrac{100}{80} = -1,25\ \ A$

Составим систему уравнений для нахождения потенциалов узлов по методу узловых напряжений

$$\begin{cases} G_{aa}V_a - G_{ab}V_b - G_{ac}V_c = I_{aa} \\ -G_{ba}V_a + G_{bb}V_b - G_{bc}V_c = I_{bb} \\ -G_{ca}V_a - G_{cb}V_b + G_{cc}V_c = I_{cc} \end{cases}$$

Подставим числовые значения

$$\begin{cases} 0,066667 \cdot V_a - 0,05 \cdot V_b - 0,006667 \cdot V_c = 2,5 \\ -0,05 \cdot V_a + 0,091071 \cdot V_b - 0,0125 \cdot V_c = 1,25 \\ -0,006667 \cdot V_a - 0,0125 \cdot V_b + 0,044167 \cdot V_c = -1,25 \end{cases}$$

Решая эту систему находим потенциалы узлов:

Составляем определитель матрицы из коэффициентов системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,066667 & -0,05 & -0,006667 \\ -0,05 & 0,091071 & -0,0125 \\ -0,006667 & -0,0125 & 0,044167 \end{vmatrix} \approx 1,349 \times 10^{-4}$$

Тогда по методу Крамера:

$$V_a = \frac{\begin{vmatrix} 2,5 & -0,05 & -0,006667 \\ 1,25 & 0,091071 & -0,0125 \\ -1,25 & -0,0125 & 0,044167 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{1,099 \times 10^{-2}}{1,349 \times 10^{-4}} \approx 81,468\ \ B$$

$$V_b = \frac{\begin{vmatrix} 0,066667 & 2,5 & -0,006667 \\ -0,05 & 1,25 & -0,0125 \\ -0,006667 & -1,25 & 0,044167 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{7,8958 \times 10^{-3}}{1,349 \times 10^{-4}} \approx 58,531\ \ B$$

$$V_c = \frac{\begin{vmatrix} 0,066667 & -0,05 & 2,5 \\ -0,05 & 0,091071 & 1,25 \\ -0,006667 & -0,0125 & -1,25 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{7,441 \times 10^{-5}}{1,349 \times 10^{-4}} \approx 0,552\ \ B$$

Рассчитаем токи в ветвях, выбирая предварительно их условные положительные направления, как в схеме при расчете методом контурных токов

$$I_1 = \frac{V_b - V_a}{R_1} = \frac{58,531 - 81,468}{20} \approx -1,1469 \ \ A$$

$$I_2 = \frac{V_c - V_b + E_2}{R_2} = \frac{0,552 - 58,531 + 100}{80} \approx 0,5253 \ \ A$$

$$I_3 = \frac{V_d - V_a + E_3 + E_{3K}}{R_3} = \frac{0 - 81,468 + 150 + 100}{100} \approx 1,6853 \ \ A$$

$$I_4 = \frac{V_b - V_d}{R_4} = \frac{58,531 - 0}{35} \approx 1,6723 \ \ A$$

$$I_5 = \frac{V_a - V_c}{R_5} = \frac{81,468 - 0,552}{150} \approx 0,5394 \ \ A$$

$$I_6 = \frac{V_c - V_d}{R_6} = \frac{0,552 - 0}{40} = 0,0138 \ \ A$$

5) Результаты расчетов токов, проведенного двумя методами, сведем в таблицу и сравним их между собой.

	I_1, A	I_2, A	I_3, A	I_4, A	I_5, A	I_6, A
Метод контурных токов	-1,1465	0,5254	1,6857	1,6719	0,5392	0,0138
Метод узловых потенциалов	-1,1469	0,5253	1,6853	1,6723	0,5394	0,0138

Как видно, из таблицы расчеты проведенные двумя методами хорошо совпадают, а небольшие неточности обусловлены округлением промежуточных величин при вычислении токов этими методами.

6) Составить баланс мощностей в исходной схеме (схеме с источником тока), вычислив суммарную мощность источников и суммарную мощность нагрузок (сопротивлений).

Суммарная мощность источников

$$\sum P_{ucm} = E_2 I_2 + \left(E_3 + E_{k3}\right) I_3 = 100 \cdot 0,5254 + (150 + 100) \cdot 1,6857 = 473,965 \ \ Bm$$

Суммарная мощность приемников

$$\sum P_{np} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = \left(-1,1465\right)^2 \cdot 20 + 0,5254^2 \cdot 80 +$$

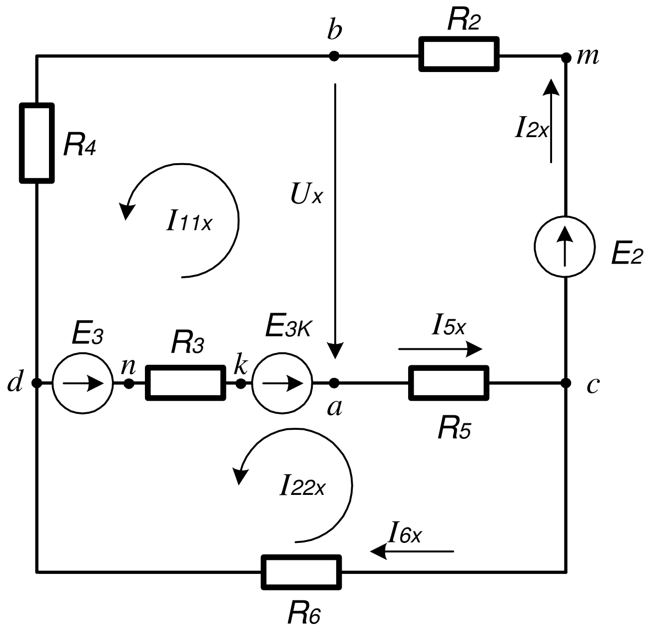
$$+1,6857^2 \cdot 100 + 1,6719^2 \cdot 35 + 0,5392^2 \cdot 150 + 0,0138^2 \cdot 40 \approx 473,983 \ \ Bm$$

Допускается расхождение баланса активных мощностей

$$\Delta P = \frac{\sum P_{np} - \sum P_{ucm}}{\sum P_{np}} \cdot 100\% = \frac{473,983 - 473,965}{473,983} \cdot 100\% \approx 0,0038\% \ \ < 0,5\%$$

Как видим баланс мощностей сходится, значит расчет произведен верно.

7) Определить ток I_1 в заданной по условию схеме с источником тока, используя метод эквивалентного генератора.



Используя метод эквивалентного источника, выделяем ветвь « b-a », а всю остальную часть схемы рассматриваем как активный двухполюсник.

Для определения параметров этого двухполюсника разомкнем ветвь « b-a », (режим ХХ) и найдем напряжение $U_X = U_{ba}$

Для этого выберем произвольно направления токов в ветвях схемы и направления контурных токов.

$$\begin{cases} R_{11x}I_{11x} + R_{12x}I_{22x} = E_{11x} \\ R_{21x}I_{11x} + R_{22x}I_{22x} = E_{22x} \end{cases}$$

Здесь

$$R_{11x} = R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 80 + 100 + 35 + 150 = 365 \ \text{Ом}$$
$$R_{22x} = R_3 + R_5 + R_6 = 100 + 150 + 40 = 290 \ \text{Ом}$$
$$R_{12x} = R_{21x} = -R_3 - R_5 = -100 - 150 = -250 \ \text{Ом}$$

$$E_{11x} = E_3 + E_{3K} + E_2 = 150 + 100 + 100 = 350 \ \text{В}$$
$$E_{22x} = -E_3 - E_{3K} = -150 - 100 = -250 \ \text{В}$$

Подставим числовые значения

$$\begin{cases} 365 \cdot I_{11x} - 250 \cdot I_{22x} = 350 \\ -250 \cdot I_{11x} + 290 \cdot I_{22x} = -250 \end{cases}$$

Выразим из второго уравнения системы I_{11x} через I_{22x}

$$I_{11x} = \frac{-250 - 290 \cdot I_{22x}}{-250} = 1 + 1{,}16 \cdot I_{22x}$$

Теперь подставим найденное выражение в первое уравнение системы и найдем I_{22x}

$$365 \cdot (1 + 1{,}16 \cdot I_{22x}) - 250 \cdot I_{22x} = 350$$

$$173{,}4 \cdot I_{22x} = -15$$

$$\Rightarrow I_{22x} = \frac{-15}{173{,}4} \approx -0{,}0865 \ A$$

тогда

$$I_{11x} = 1 + 1{,}16 \cdot I_{22x} = 1 + 1{,}16 \cdot (-0{,}0865) \approx 0{,}8997 \ A$$

Выразим истинные токи через контурные

$$I_{2x} = I_{11x} = 0{,}8997 \ \ A$$

$$I_{5x} = I_{11x} - I_{22x} = 0{,}8997 - (-0{,}0865) = 0{,}9862 \ \ A$$

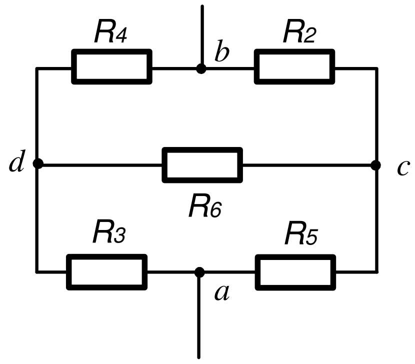
Получаем

$$E_{ЭК} = U_X = U_{ba} = V_b - V_a = V_b - \left(V_b + I_{2x}R_2 - E_2 + I_{5x}R_5\right) = -I_{2x}R_2 + E_2 - I_{5x}R_5 =$$
$$= -0{,}8997 \cdot 80 + 100 - 0{,}9862 \cdot 150 = -119{,}906 \ \ B$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного источника равно входному сопротивлению относительно выводов « b-a » пассивного двухполюсника.

Входное сопротивление двухполюсника относительно выводов «b-a» определяется при устранении из схемы активного двухполюсника всех источников (ветви с источниками тока разрываются, а источники ЭДС в ветвях закорачиваются).

Перерисуем данную схему заменив соединение треугольником резисторов R_2 , R_4 и R_6 на эквивалентное сопротивление звездой R_b , R_c и R_d



, где

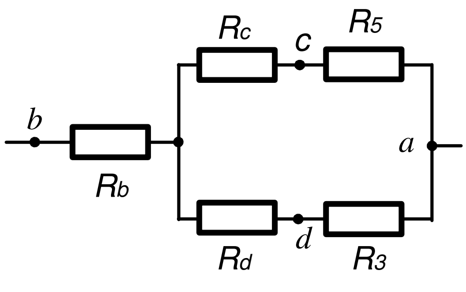
$$R_b = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{80 \cdot 35}{80 + 35 + 40} \approx 18{,}065 \ \ Ом$$

$$R_c = \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{80 \cdot 40}{80 + 35 + 40} \approx 20{,}645 \ \ Ом$$

$$R_d = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{35 \cdot 40}{80 + 35 + 40} \approx 9{,}032 \ \ Ом$$

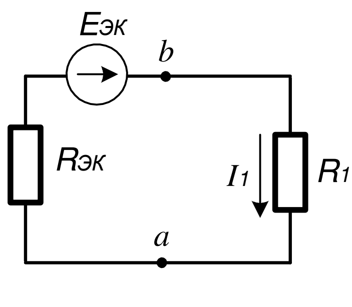
тогда

$$R_{ba} = R_b + \frac{(R_c + R_5)\cdot(R_d + R_3)}{R_c + R_5 + R_d + R_3} = 18{,}065 + \frac{(20{,}645 + 150)\cdot(9{,}032 + 100)}{20{,}645 + 150 + 9{,}032 + 100} \approx 84{,}591 \ \ Ом$$



Внутреннее сопротивление эквивалентного источника $R_{ЭК} = R_{ba} = 84{,}591 \ \ Ом$

Окончательная расчетная схема имеет вид одноконтурной цепи, включающей эквивалентный источник с ЭДС $E_{ЭК}$ и внутренним сопротивлением $R_{ЭК}$ заменяющий активный двухполюсник.



Тогда:

$$I_1 = \frac{E_{ЭК}}{R_{ЭК} + R_1} = \frac{-119{,}906}{84{,}591 + 20} \approx -1{,}1464 \ \ A$$

Видно, что полученное значение хорошо совпадает со значением полученным в п.2. и п.3.

8) Начертить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, включающего обе ЭДС

В соответствии с указаниями примем $V_d = 0$

Найдем потенциалы остальных точек контура:

$$V_n = V_d + E_3 = 0 + 150 = 150 \text{ В}$$

$$V_k = V_n - I_3 R_3 = 150 - 1{,}6857 \cdot 100 = -18{,}57 \text{ В}$$

$$V_a = V_k + E_{3K} = -18{,}57 + 100 = 81{,}43 \text{ В}$$

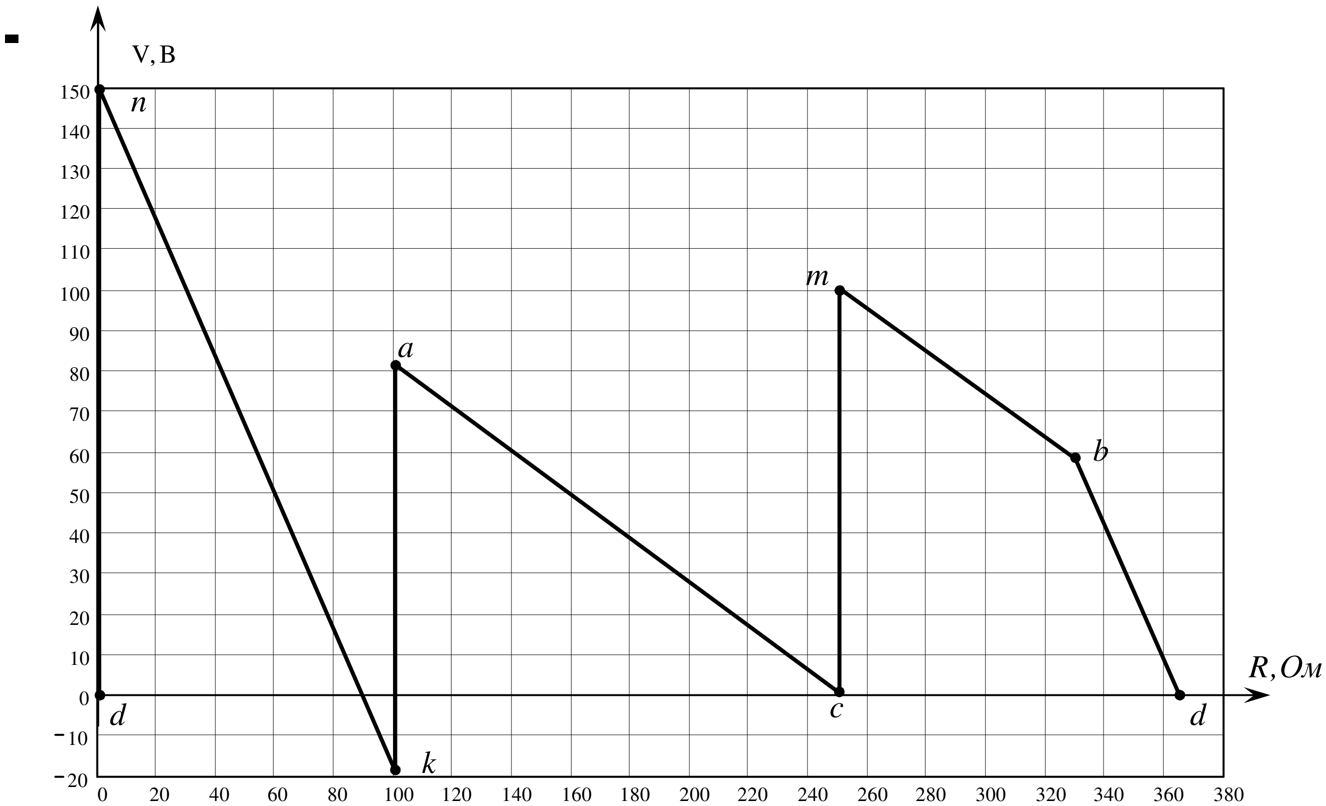
$$V_c = V_a - I_5 R_5 = 81{,}43 - 0{,}5392 \cdot 150 = 0{,}55 \text{ В}$$

$$V_m = V_c + E_2 = 0{,}55 + 100 = 100{,}55 \text{ В}$$

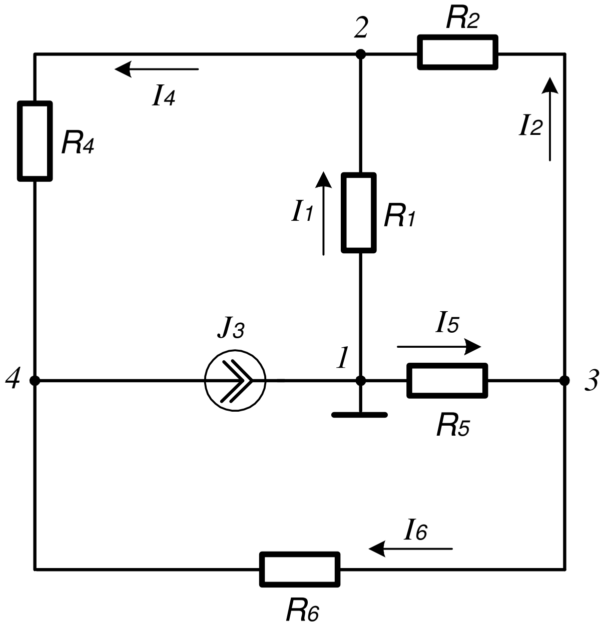
$$V_b = V_m - I_2 R_2 = 100{,}55 - 0{,}5254 \cdot 80 = 58{,}518 \text{ В}$$

$$V_d = V_b - I_4 R_4 = 58{,}518 - 1{,}6719 \cdot 35 = 0{,}0015 \approx 0$$

Теперь построим потенциальную диаграмму:



9) В заданной схеме, закоротим все источники ЭДС, разомкнем сопротивление, шунтирующее источник тока, заземлим узел 1 и узел 4 примем за сток – в соответствии с заданным вариантом



Узлы схемы *a, b, c, d* заменим на *1, 2, 3, 4* соответственно.

Запишем выражения для нахождения токов в ветвях цепи:

$$I_1 = (V_1 - V_2)G_1 = -V_2G_1$$

$$I_2 = (V_3 - V_2)G_2$$

$$I_4 = (V_2 - V_4)G_4$$

$$I_5 = (V_1 - V_3)G_5 = -V_3G_5$$

$$I_6 = (V_3 - V_4)G_6$$

Составив уравнения по I-у закону Кирхгофа для узлов схемы получим:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_4 = 0 \\ -I_1 - I_5 + J_3 = 0 \\ -I_2 + I_5 - I_6 = 0 \end{cases}$$

Подставив найденные выражения для токов получим:

$$\begin{cases} -V_2G_1 + (V_3 - V_2)G_2 - (V_2 - V_4)G_4 = 0 \\ V_2G_1 + V_3G_5 + J_3 = 0 \\ -(V_3 - V_2)G_2 - V_3G_5 - (V_3 - V_4)G_6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -V_2(G_1 + G_2 + G_4) + V_3G_2 + V_4G_4 = 0 \\ V_2G_1 + V_3G_5 + J_3 = 0 \\ V_2G_2 - V_3(G_2 + G_5 + G_6) + V_4G_6 = 0 \end{cases}$$

Преобразуя ее получим:

$$\begin{cases} -V_2(G_1 + G_2 + G_4) + V_3G_2 + \left(\dfrac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6}V_3 - \dfrac{G_2}{G_6}V_2\right)G_4 = 0 \\ V_2G_1 + V_3G_5 + J_3 = 0 \\ V_4 = \dfrac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6}V_3 - \dfrac{G_2}{G_6}V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\left(G_1 + G_2 + G_4 + \dfrac{G_2G_4}{G_6}\right)V_2 + \left(G_2 + \dfrac{(G_2 + G_5 + G_6)G_4}{G_6}\right)V_3 = 0 \\ V_2G_1 + V_3G_5 + J_3 = 0 \\ V_4 = \dfrac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6}V_3 - \dfrac{G_2}{G_6}V_2 \end{cases}$$

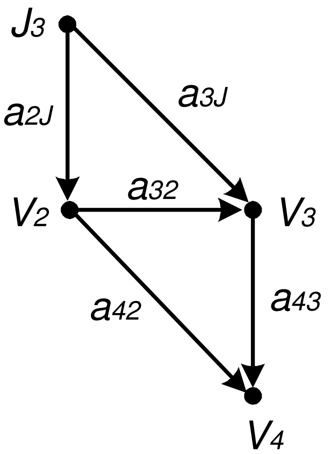
$$\begin{cases} -\left(G_1+G_2+G_4+\dfrac{G_2G_4}{G_6}\right)V_2+\left(G_2+\dfrac{(G_2+G_5+G_6)G_4}{G_6}\right)\left(-\dfrac{1}{G_5}J_3-\dfrac{G_1}{G_5}V_2\right)=0 \\ V_3=-\dfrac{1}{G_5}J_3-\dfrac{G_1}{G_5}V_2 \\ V_4=\dfrac{G_2+G_5+G_6}{G_6}V_3-\dfrac{G_2}{G_6}V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\dfrac{(G_1+G_2+G_4)G_5G_6+G_2G_4G_5+G_1G_2G_6+(G_2+G_5+G_6)G_4G_1}{G_5G_6}V_2=\dfrac{G_2G_6+(G_2+G_5+G_6)G_4}{G_6G_5}J_3 \\ V_3=-\dfrac{1}{G_5}J_3-\dfrac{G_1}{G_5}V_2 \\ V_4=\dfrac{G_2+G_5+G_6}{G_6}V_3-\dfrac{G_2}{G_6}V_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2=-\dfrac{G_2G_6+(G_2+G_5+G_6)G_4}{(G_1+G_2+G_4)G_5G_6+G_2G_4G_5+G_1G_2G_6+(G_2+G_5+G_6)G_4G_1}J_3 \\ V_3=-\dfrac{1}{G_5}J_3-\dfrac{G_1}{G_5}V_2 \\ V_4=\dfrac{G_2+G_5+G_6}{G_6}V_3-\dfrac{G_2}{G_6}V_2 \end{cases}$$

Начертим сигнальный граф, используя уравнения составленные для полученной схемы по методу узловых потенциалов, обозначим передачи ветвей как a_{km}: индекс k – соответствует узлу, к которому направлена стрелка на ветви, а индекс m – узлу, из которого ветвь исходит. Узлы схемы *a, b, c, d* заменим на *1, 2, 3, 4* соответственно.

На основании полученной системы начертим сигнальный граф:



где:

$$a_{2J} = -\frac{G_2G_6 + (G_2 + G_5 + G_6)G_4}{(G_1 + G_2 + G_4)G_5G_6 + G_2G_4G_5 + G_1G_2G_6 + (G_2 + G_5 + G_6)G_4G_1}$$

$$a_{3J} = -\frac{1}{G_5}$$

$$a_{32} = -\frac{G_1}{G_5}$$

$$a_{42} = -\frac{G_2}{G_6}$$

$$a_{43} = \frac{G_2 + G_5 + G_6}{G_6}$$

По формуле Мезона определим передачу от истока (источника тока) к стоку:

$$G = \frac{\sum_{k=1}^{n} P_k \Delta_k}{\Delta} = \frac{P_1\Delta_1 + P_2\Delta_2 + P_3\Delta_3}{\Delta}$$

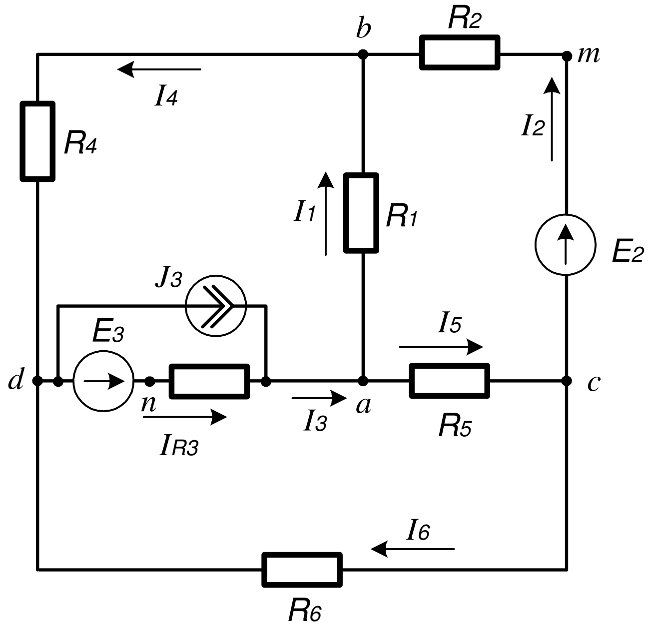
, где $n=3$ - число прямых путей

Для первого прямого пути с передачей $P_1 = a_{2J} \cdot a_{42}$ определитель $\Delta_1 = 1$
Для второго прямого пути с передачей $P_2 = a_{3J} \cdot a_{43}$ определитель $\Delta_2 = 1$
Для третьего прямого пути с передачей $P_3 = a_{2J} \cdot a_{32} \cdot a_{43}$ определитель $\Delta_3 = 1$

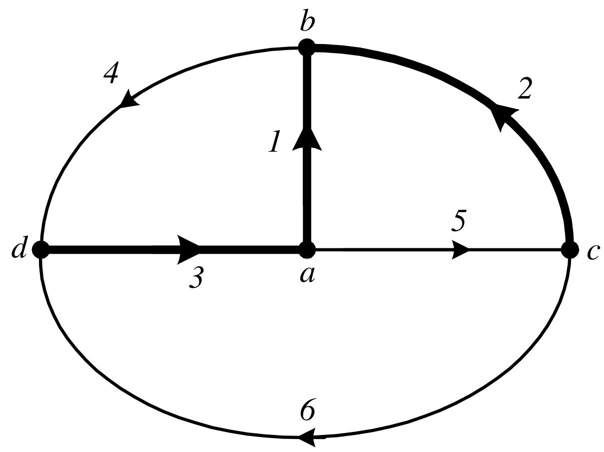
Знаменатель $\Delta = 1$

10. Для исходной схемы своего варианта, составим систему уравнений по методу узовых потенциалов (для четного варианта)

10.1. В соответствии с указаниями к выполнению пункта 10 преобразовываем схему, перенеся точку подключения источника тока J_3 через источник ЭДС E_3. Данное преобразование не вызовет перераспределения токов во всех участках цепи, за исключением самого источника E_3, ток в котором уменьшится на величину J_3. Направления токов в ветвях указываем в соответствии с фактическим направлением согласно результатам расчета токов в схеме п. 3.



10.2. Данная схема имеет четыре узла (m=4) и шесть обобщенных ветвей (n=6). Число независимых контуров, равное числу ветвей связи, c = n – m + 1 = 3. Строим граф схемы с выбранным деревом (согласно указаний ветви 1, 2, 3).



10.3. Составляем узловую матрицу. Вначале составим неопределенную матрицу, принимая значение элемента матрицы равным единице, если ветвь соединена с узлом и ориентирована от него, минус единице, если соединена и ориентирована к узлу и нулю, если ветвь не соединена с узлом.

$$[A]_H = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Убеждаемся, что матрица составлена правильно, так как сумма элементов каждого столбца равна 0. Переходим к редуцированной узловой матрице путем вычеркивания строки, соответствующей заземленному узлу "d".

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

10.4. Записав столбцы узловой матрицы как строки, получаем транспонированную матрицу

$$[A]^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10.5. Учитывая, что матрица проводимостей [gв] является диагональной квадратной, а матрицы [Eв], [Jв] и [φ] – столбцовыми, получаем матричную запись уравнения по методу узловых потенциалов:

$$[A][g_в]\,[A]^T[\varphi] = [A]\{[J_в]\text{-}\,[g_в]\,[E_в]\}$$

Для левой части уравнения, перемножая последовательно матрицы $[A][g_в]\,[A]^T$, имеем:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} g_1 & & & & & \\ & g_2 & & & & \\ & & g_3 & & & \\ & & & g_4 & & \\ & & & & g_5 & \\ & & & & & g_6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} g_1 & 0 & -g_3 & 0 & g_5 & 0 \\ -g_1 & -g_2 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 & 0 & -g_5 & g_6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} =$$

$$
=\begin{bmatrix} g_1+g_3+g_5 & -g_1 & -g_5 \\ -g_1 & g_1+g_2+g_4 & -g_2 \\ -g_5 & -g_2 & g_2+g_5+g_6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_a\\ \varphi_b\\ \varphi_c\end{bmatrix};
$$

Для правой части уравнения, выполняя последовательно операции с матрицами, имеем:

$$
\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}0\\0\\-J_3\\0\\0\\0\end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1 &&&&& \\ & g_2 &&&& \\ && g_3 &&& \\ &&& g_4 && \\ &&&& g_5 & \\ &&&&& g_6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\E_2\\E_3\\0\\0\\0\end{bmatrix}\right\} =
$$

$$
=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}0\\0\\-J_3\\0\\0\\0\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\g_2E_2\\g_3E_3\\0\\0\\0\end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\-g_2E_2\\-g_3E_3-J_3\\0\\0\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_3E_3+J_3 \\ g_2E_2 \\ -g_2E_2 \end{bmatrix};
$$

Таким образом получаем систему уравнений по методу узловых потенциалов в матричной форме:

$$
\begin{bmatrix} g_1+g_3+g_5 & -g_1 & -g_5 \\ -g_1 & g_1+g_2+g_4 & -g_2 \\ -g_5 & -g_2 & g_2+g_5+g_6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varphi_a\\ \varphi_b\\ \varphi_c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_3E_3+J_3 \\ g_2E_2 \\ -g_2E_2 \end{bmatrix}
$$