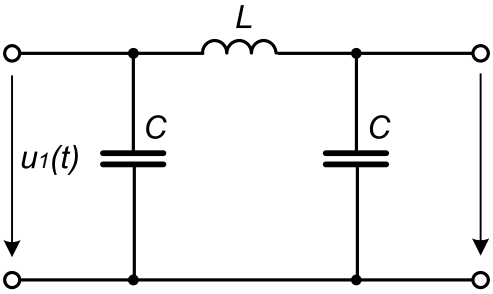
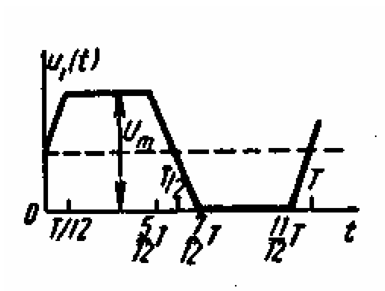
Дана схема, на вход которой воздействует одно из периодических напряжений $u_1(t)$ Схема нагружены на активное сопротивление нагрузки R_H. Численные значения напряжения U_m периода T, параметров схемы L, C и величины активного сопротивления нагрузки R_H заданы в таблице:

Таблица.

L, мГн	C, мкФ	T, мс	U_m, В	R_H , Ом
0,55	0,44	0,184	33,4	27





Решение:

1. Разложить напряжение $u_1(t)$ в ряд Фурье до 5-й гармоники включительно, используя табличные разложения, приведенные в учебниках, и пояснения, которые даны в указаниях к данной задаче

Используя табличные разложения приведенные в справочнике по Высшей Математике, запишем:

$$u_1(t) = \frac{U_m}{2} + \frac{4a}{\pi\alpha}\left(\sin(\alpha)\sin(\omega t) + \frac{1}{3^2}\sin(3\alpha)\sin(3\omega t) + \frac{1}{5^2}\sin(5\alpha)\sin(5\omega t)\right) =$$

$$= \frac{U_m}{2} + \frac{4\frac{U_m}{2}}{\pi\frac{\pi}{6}}\left(\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin(\omega t) + \frac{1}{9}\sin\left(3\frac{\pi}{6}\right)\sin(3\omega t) + \frac{1}{25}\sin\left(5\frac{\pi}{6}\right)\sin(5\omega t)\right) =$$

$$= \frac{U_m}{2} + \frac{12U_m}{\pi^2}\left(\frac{1}{2}\sin(\omega t) + \frac{1}{9}\cdot\sin(3\omega t) + \frac{1}{50}\sin(5\omega t)\right)$$

, где

$$\alpha = \frac{\pi}{6};\quad a = \frac{U_m}{2}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}184\times10^{-3}} \approx 34147{,}746\ \frac{рад}{с}$$

Найдем сопротивления реактивных элементов в схеме:

<u>для 1-й гармоники:</u>

$$X_L^{(1)} = \omega L = 34147{,}746\cdot 0{,}55\times10^{-3} \approx 18{,}781\ Ом$$

$$X_C^{(1)} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{34147{,}746\cdot 0{,}44\times10^{-6}} \approx 66{,}556\ Ом$$

для 3-й гармоники:

$$X_L^{(3)} = 3 \cdot \omega L = 3 \cdot 34147,746 \cdot 0,55 \times 10^{-3} \approx 56,344 \ \text{Ом}$$

$$X_C^{(3)} = \frac{1}{3 \cdot \omega C} = \frac{1}{3 \cdot 34147,746 \cdot 0,44 \times 10^{-6}} \approx 22,185 \ \text{Ом}$$

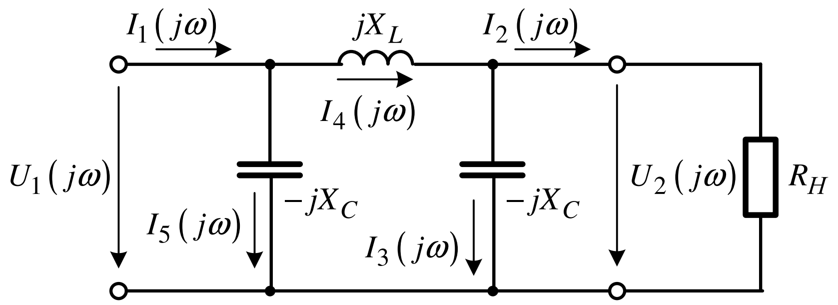
для 5-й гармоники:

$$X_L^{(5)} = 5 \cdot \omega L = 5 \cdot 34147,746 \cdot 0,55 \times 10^{-3} \approx 93,906 \ \text{Ом}$$

$$X_C^{(5)} = \frac{1}{5 \cdot \omega C} = \frac{1}{5 \cdot 34147,746 \cdot 0,44 \times 10^{-6}} \approx 13,311 \ \text{Ом}$$

2. Обозначив сопротивления элементов схемы в общем виде как R_H, jX_L и $-jX_C$, вывести формулу для передаточной функции $K(j\omega)$ четырехполюсника

$$K(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \left|K(j\omega)\right| e^{j\varphi(\omega)}$$



По закону Ома:

$$U_2(j\omega) = R_H I_2(j\omega) = -jX_C I_3(j\omega)$$

$$I_2(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{R_H}$$

$$I_3(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{-jX_C}$$

По 1-у закону Кирхгофа:

$$I_4(j\omega) = I_2(j\omega) + I_3(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{R_H} + \frac{U_2(j\omega)}{-jX_C} = \left(\frac{1}{R_H} + \frac{1}{-jX_C}\right) U_2(j\omega) = \frac{R_H - jX_C}{-jX_C R_H} U_2(j\omega)$$

По закону Ома:

$$U_4(j\omega) = jX_L I_4(j\omega) = jX_L \cdot \frac{R_H - jX_C}{-jX_C R_H} U_2(j\omega) = \frac{X_L(R_H - jX_C)}{-X_C R_H} U_2(j\omega)$$

По 2-у закону Кирхгофа:

$$U_1(j\omega) = U_4(j\omega) + U_2(j\omega) = \frac{X_L(R_H - jX_C)}{-X_C R_H} U_2(j\omega) + U_2(j\omega) = \left[\frac{X_L(R_H - jX_C)}{-X_C R_H} + 1\right] U_2(j\omega) =$$

$$= \frac{X_C R_H - X_L(R_H - jX_C)}{X_C R_H} U_2(j\omega) = \frac{R_H(X_C - X_L) + jX_L X_C}{X_C R_H} U_2(j\omega)$$

тогда

$$K(j\omega)=\frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)}=\frac{U_2(j\omega)}{\dfrac{R_H\left(X_C-X_L\right)+jX_LX_C}{X_CR_H}U_2(j\omega)}=\frac{X_CR_H}{R_H\left(X_C-X_L\right)+jX_LX_C}$$

Полученное выражение пригодно для каждой гармоники, только под X_L и X_C следует понимать сопротивления для соответствующей гармоники.

3. Используя формулу п.2, определить комплексную амплитуду напряжения на выходе (на нагрузке) для 0-й, 1-й и 3-й гармоник ряда Фурье в схеме

Расчет по постоянной составляющей (0-й гармоники):

т.к. нагрузка R_H включена последовательно индуктиынм элементом L, и парралельно с емкостным элементом C то очевидно, что

$$U_2^{(0)}=U_1^{(0)}=\frac{U_m}{2}=\frac{33,4}{2}=16,7\ \ B$$

Расчет по 1-й гармонике:

$$K^{(1)}(j\omega)=\frac{X_C^{(1)}R_H}{R_H\left(X_C^{(1)}-X_L^{(1)}\right)+jX_L^{(1)}X_C^{(1)}}=$$

$$=\frac{66,556\cdot 27}{27\cdot\left(66,556-18,781\right)+j18,781\cdot 66,556}\approx 1,0004e^{-j44,1^\circ}$$

$$U_{2m}^{(1)}(j\omega)=U_{1m}^{(1)}(j\omega)K^{(1)}(j\omega)=\frac{12U_m}{\pi^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot K^{(1)}(j\omega)=\frac{6\cdot 33,4}{\pi^2}\cdot 1,0004e^{-j44,1^\circ}\approx 20,3129e^{-j44,1^\circ}\,B$$

Расчет по 3-й гармонике:

$$K^{(3)}(j\omega)=\frac{X_C^{(3)}R_H}{R_H\left(X_C^{(3)}-X_L^{(3)}\right)+jX_L^{(3)}X_C^{(3)}}=$$

$$=\frac{22,185\cdot 27}{27\cdot\left(22,185-56,344\right)+j56,344\cdot 22,185}\approx 0,3856e^{-j126,42^\circ}$$

$$U_{2m}^{(3)}(j\omega)=U_{1m}^{(3)}(j\omega)K^{(3)}(j\omega)=\frac{12U_m}{\pi^2}\frac{1}{9}\cdot K^{(3)}(j\omega)=\frac{12\cdot 33,4}{9\pi^2}\cdot 0,3856e^{-j126,42^\circ}\approx 1,7399e^{-j126,42^\circ}\,B$$

Расчет по 5-й гармонике (*дополнительно к основному заданию*)

$$K^{(5)}(j\omega)=\frac{X_C^{(5)}R_H}{R_H\left(X_C^{(5)}-X_L^{(5)}\right)+jX_L^{(5)}X_C^{(5)}}=$$

$$=\frac{13,311\cdot 27}{27\cdot\left(13,311-93,906\right)+j93,906\cdot 13,311}\approx 0,1432e^{-j150,13^\circ}$$

$$U_{2m}^{(5)}(j\omega)=U_{1m}^{(5)}(j\omega)K^{(5)}(j\omega)=\frac{12U_m}{\pi^2}\frac{1}{50}\cdot K^{(5)}(j\omega)=\frac{12\cdot 33,4}{50\cdot\pi^2}\cdot 0,1432e^{-j150,13^\circ}\approx 0,1163e^{-j150,13^\circ}\,B$$

4. Запишем мгновенное значение напряжения на нагрузке в виде ряда Фурье.

$$u_2(t) = 16,7 + 20,3129\sin\left(\omega t - 44,1^\circ\right) + 1,7399\sin\left(3\omega t - 126,42^\circ\right) + 0,1163\sin\left(5\omega t - 150,13^\circ\right), B$$

5. Построим друг под другом линейчатые спектры входного (*u_1*) и выходного (*u_2*) напряжений