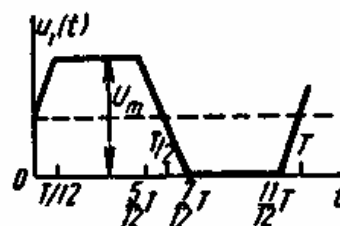
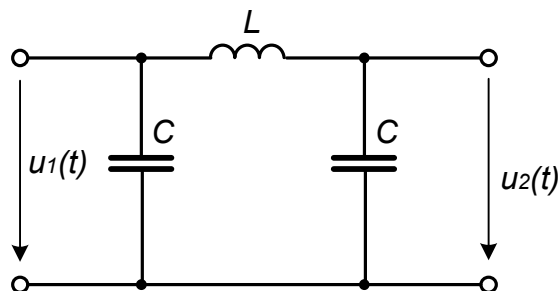


Дана схема, на вход которой воздействует одно из периодических напряжений  $u_1(t)$ . Схема нагружена на активное сопротивление нагрузки  $R_H$ . Численные значения напряжения  $U_m$  периода  $T$ , параметров схемы  $L$ ,  $C$  и величины активного сопротивления нагрузки  $R_H$  заданы в таблице:

Таблица.

$L$ , мГн	$C$ , мкФ	$T$ , мс	$U_m$ , В	$R_H$ , Ом
0,55	0,44	0,184	33,4	27



**Решение:**

1. Разложить напряжение  $u_1(t)$  в ряд Фурье до 5-й гармоники включительно, используя табличные разложения, приведенные в учебниках, и пояснения, которые даны в указаниях к данной задаче

Используя табличные разложения приведенные в справочнике по Высшей Математике, запишем:

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= \frac{U_m}{2} + \frac{4a}{\pi\alpha} \left( \sin(\alpha) \sin(\omega t) + \frac{1}{3^2} \sin(3\alpha) \sin(3\omega t) + \frac{1}{5^2} \sin(5\alpha) \sin(5\omega t) \right) = \\
 &= \frac{U_m}{2} + \frac{4 \frac{U_m}{2}}{\pi \frac{\pi}{6}} \left( \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \sin(\omega t) + \frac{1}{9} \sin\left(3 \frac{\pi}{6}\right) \sin(3\omega t) + \frac{1}{25} \sin\left(5 \frac{\pi}{6}\right) \sin(5\omega t) \right) = \\
 &= \frac{U_m}{2} + \frac{12U_m}{\pi^2} \left( \frac{1}{2} \sin(\omega t) + \frac{1}{9} \sin(3\omega t) + \frac{1}{50} \sin(5\omega t) \right)
 \end{aligned}$$

, где

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{\pi}{6}; \quad a = \frac{U_m}{2} \\
 \omega &= \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,184 \times 10^{-3}} \approx 34147,746 \quad \frac{\text{рад}}{\text{с}}
 \end{aligned}$$

Найдем сопротивления реактивных элементов в схеме:

для 1-й гармоники:

$$\begin{aligned}
 X_L^{(1)} &= \omega L = 34147,746 \cdot 0,55 \times 10^{-3} \approx 18,781 \quad \text{Ом} \\
 X_C^{(1)} &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{34147,746 \cdot 0,44 \times 10^{-6}} \approx 66,556 \quad \text{Ом}
 \end{aligned}$$

для 3-й гармоники:

$$X_L^{(3)} = 3 \cdot \omega L = 3 \cdot 34147,746 \cdot 0,55 \times 10^{-3} \approx 56,344 \text{ Ом}$$

$$X_C^{(3)} = \frac{1}{3 \cdot \omega C} = \frac{1}{3 \cdot 34147,746 \cdot 0,44 \times 10^{-6}} \approx 22,185 \text{ Ом}$$

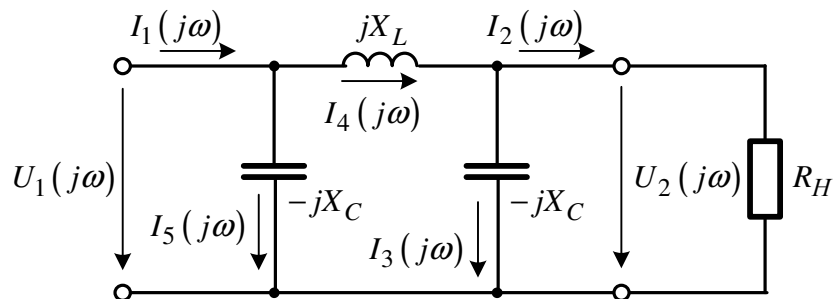
для 5-й гармоники:

$$X_L^{(5)} = 5 \cdot \omega L = 5 \cdot 34147,746 \cdot 0,55 \times 10^{-3} \approx 93,906 \text{ Ом}$$

$$X_C^{(5)} = \frac{1}{5 \cdot \omega C} = \frac{1}{5 \cdot 34147,746 \cdot 0,44 \times 10^{-6}} \approx 13,311 \text{ Ом}$$

2. Обозначив сопротивления элементов схемы в общем виде как  $R_H$ ,  $jX_L$  и  $-jX_C$ , вывести формулу для передаточной функции  $K(j\omega)$  четырехполюсника

$$K(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = |K(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$



По закону Ома:

$$U_2(j\omega) = R_H I_2(j\omega) = -jX_C I_3(j\omega)$$

$$I_2(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{R_H}$$

$$I_3(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{-jX_C}$$

По 1-у закону Кирхгофа:

$$I_4(j\omega) = I_2(j\omega) + I_3(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{R_H} + \frac{U_2(j\omega)}{-jX_C} = \left( \frac{1}{R_H} + \frac{1}{-jX_C} \right) U_2(j\omega) = \frac{R_H - jX_C}{-jX_C R_H} U_2(j\omega)$$

По закону Ома:

$$U_4(j\omega) = jX_L I_4(j\omega) = jX_L \cdot \frac{R_H - jX_C}{-jX_C R_H} U_2(j\omega) = \frac{X_L (R_H - jX_C)}{-X_C R_H} U_2(j\omega)$$

По 2-у закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} U_1(j\omega) &= U_4(j\omega) + U_2(j\omega) = \frac{X_L (R_H - jX_C)}{-X_C R_H} U_2(j\omega) + U_2(j\omega) = \left[ \frac{X_L (R_H - jX_C)}{-X_C R_H} + 1 \right] U_2(j\omega) = \\ &= \frac{X_C R_H - X_L (R_H - jX_C)}{X_C R_H} U_2(j\omega) = \frac{R_H (X_C - X_L) + jX_L X_C}{X_C R_H} U_2(j\omega) \end{aligned}$$

тогда

$$K(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{U_2(j\omega)}{\frac{R_H(X_C - X_L) + jX_L X_C}{X_C R_H} U_2(j\omega)} = \frac{X_C R_H}{R_H(X_C - X_L) + jX_L X_C}$$

Полученное выражение пригодно для каждой гармоники, только под  $X_L$  и  $X_C$  следует понимать сопротивления для соответствующей гармоники.

### 3. Используя формулу п.2, определить комплексную амплитуду напряжения на выходе (на нагрузке) для 0-й, 1-й и 3-й гармоник ряда Фурье в схеме

Расчет по постоянной составляющей (0-й гармоники):

т.к. нагрузка  $R_H$  включена последовательно индуктивным элементом  $L$ , и параллельно с емкостным элементом  $C$  то очевидно, что

$$U_2^{(0)} = U_1^{(0)} = \frac{U_m}{2} = \frac{33,4}{2} = 16,7 \text{ В}$$

Расчет по 1-й гармонике:

$$K^{(1)}(j\omega) = \frac{X_C^{(1)} R_H}{R_H(X_C^{(1)} - X_L^{(1)}) + jX_L^{(1)} X_C^{(1)}} =$$
$$= \frac{66,556 \cdot 27}{27 \cdot (66,556 - 18,781) + j18,781 \cdot 66,556} \approx 1,0004e^{-j44,1^\circ}$$

$$U_{2m}^{(1)}(j\omega) = U_{1m}^{(1)}(j\omega) K^{(1)}(j\omega) = \frac{12U_m}{\pi^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot K^{(1)}(j\omega) = \frac{6 \cdot 33,4}{\pi^2} \cdot 1,0004e^{-j44,1^\circ} \approx 20,3129e^{-j44,1^\circ} \text{ В}$$

Расчет по 3-й гармонике:

$$K^{(3)}(j\omega) = \frac{X_C^{(3)} R_H}{R_H(X_C^{(3)} - X_L^{(3)}) + jX_L^{(3)} X_C^{(3)}} =$$
$$= \frac{22,185 \cdot 27}{27 \cdot (22,185 - 56,344) + j56,344 \cdot 22,185} \approx 0,3856e^{-j126,42^\circ}$$

$$U_{2m}^{(3)}(j\omega) = U_{1m}^{(3)}(j\omega) K^{(3)}(j\omega) = \frac{12U_m}{\pi^2} \cdot \frac{1}{9} \cdot K^{(3)}(j\omega) = \frac{12 \cdot 33,4}{9\pi^2} \cdot 0,3856e^{-j126,42^\circ} \approx 1,7399e^{-j126,42^\circ} \text{ В}$$

Расчет по 5-й гармонике (дополнительно к основному заданию)

$$K^{(5)}(j\omega) = \frac{X_C^{(5)} R_H}{R_H(X_C^{(5)} - X_L^{(5)}) + jX_L^{(5)} X_C^{(5)}} =$$
$$= \frac{13,311 \cdot 27}{27 \cdot (13,311 - 93,906) + j93,906 \cdot 13,311} \approx 0,1432e^{-j150,13^\circ}$$

$$U_{2m}^{(5)}(j\omega) = U_{1m}^{(5)}(j\omega) K^{(5)}(j\omega) = \frac{12U_m}{\pi^2} \cdot \frac{1}{50} \cdot K^{(5)}(j\omega) = \frac{12 \cdot 33,4}{50 \cdot \pi^2} \cdot 0,1432e^{-j150,13^\circ} \approx 0,1163e^{-j150,13^\circ} \text{ В}$$

4. Запишем мгновенное значение напряжения на нагрузке в виде ряда Фурье.

$$u_2(t) = 16,7 + 20,3129 \sin(\omega t - 44,1^\circ) + 1,7399 \sin(3\omega t - 126,42^\circ) + 0,1163 \sin(5\omega t - 150,13^\circ), B$$

5. Построим друг под другом линейчатые спектры входного ( $u_1$ ) и выходного ( $u_2$ ) напряжений

