

Для заданного варианта в табл. 3.3. дан номер рисунка, на котором качественно изображен импульс напряжения $u(t)$, а также записано аналитическое выражение импульса.

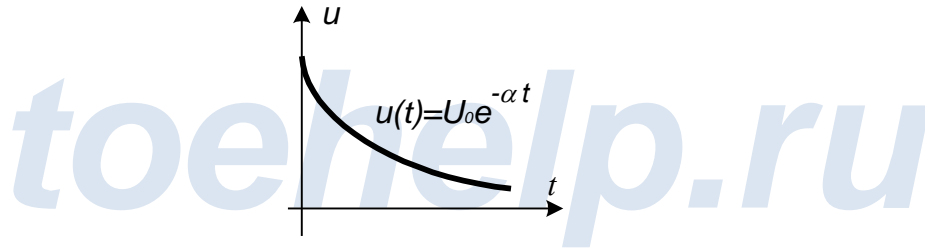
Требуется:

1. Получить аналитическое выражение для модуля и аргумента спектра этой функции

$$U(j\omega) = |U(j\omega)| e^{j\psi(\omega)}$$

2. Полученное выражение $|U(j\omega)|$ представить в функции безразмерной величины ω/α

3. Построить зависимость $|U(j\omega)|$ в функции ω/α . При построении графика $|U(j\omega)|$ ограничиться значениями ω/α , при которых ордината кривой достигает 0,1 – 0,2 от ее максимального значения.



Дано:

$$\alpha = 50 \text{ c}^{-1}$$

$$U_0 = 150 \text{ B}$$

Решение

1) Получим аналитическое выражение для модуля и аргумента спектра данной функции

$$U(j\omega) = |U(j\omega)| e^{j\psi(\omega)}$$

Для определения спектра функции $U(j\omega)$ можно воспользоваться преобразованием Фурье, но проще получить результат, записав изображение заданной функции $u(t)$ по Лапласу, используя табличные соотношения между $f(t)$ и $F(p)$, приведенные в учебниках, а затем заменить p на $j\omega$:

$$U(p) = U_0 \cdot \frac{1}{p + \alpha}$$

заменяем p на $j\omega$:

$$U(j\omega) = U_0 \cdot \frac{1}{j\omega + \alpha} = \frac{U_0}{\sqrt{\omega^2 + \alpha^2}} e^{-j \cdot \text{arctg}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)}$$

Здесь:

$$|U(j\omega)| = \frac{U_0}{\sqrt{\omega^2 + \alpha^2}} \quad \psi(\omega) = -\text{arctg}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)$$

2. Полученное выражение $|U(j\omega)|$ представим в функции безразмерной величины ω/α

$$|U(j\omega)| = \frac{U_0}{\sqrt{\omega^2 + \alpha^2}} = \frac{U_0 \cdot \frac{1}{\alpha}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2}}$$

Функцию $|U(j\omega)| = f(\omega/\alpha)$ желательно построить так же в относительных единицах и по оси ординат. С этой целью и левую и правую части $|U(j\omega)|$ следует разделить на U_0/α :

$$\frac{|U(j\omega)|}{U_0 \cdot \frac{1}{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\alpha}\right)^2}}$$

3. Построим зависимость $|U(j\omega)|$ в функции ω/α . При построении графика $|U(j\omega)|$ ограничимся значениями ω/α , при которых ордината кривой достигает 0,1 – 0,2 от ее максимального значения

