

Дано:

$$f = 3000 \text{ Гц}$$

$$l = 80 \text{ км}$$

$$R_0 = 10 \text{ Ом/км}$$

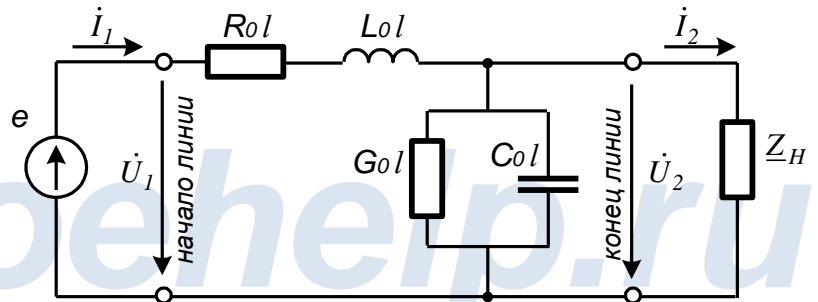
$$C_0 = 6 \times 10^{-9} \text{ Ф/км}$$

$$L_0 = 2,05 \times 10^{-3} \text{ Гн/км}$$

$$G_0 = 1,25 \times 10^{-6} \text{ См/км}$$

$$\dot{I}_2 = 100 \text{ мА}$$

$$\underline{Z}_H = 300 \text{ Ом}$$



По заданным в табл.3.5. параметрам (R_0 , L_0 , G_0 , C_0), и частоте f , длине линии l , комплексным значениям напряжения \dot{U}_2 и тока \dot{I}_2 в конце линии, сопротивлению нагрузки \underline{Z}_H выполним следующий расчет:

1) Рассчитаем напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в начале линии, активную P и полную S мощности в начале и конце линии, а также КПД линии.

Найдем угловую частоту колебаний источника ЭДС

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 3000 \approx 18849,56 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Продольное комплексное сопротивление на единицу длины однородной линии:

$$\underline{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0 = 10 + j18849,56 \cdot 2,05 \times 10^{-3} \approx (10 + j38,6416) \approx 39,9146 e^{j75,49^\circ} \frac{\text{Ом}}{\text{км}}$$

Поперечная комплексная проводимость на единицу длины однородной линии:

$$\underline{Y}_0 = G_0 + j\omega C_0 = 1,25 \times 10^{-6} + j18849,56 \cdot 6 \times 10^{-9} \approx (1,25 \times 10^{-6} + j1,130973 \times 10^{-4}) \approx 1,131042 \times 10^{-4} e^{j89,37^\circ} \frac{\text{См}}{\text{км}}$$

Параметр γ (коэффициент распространения)

$$\gamma = \sqrt{\underline{Z}_0 \underline{Y}_0} = \sqrt{39,9146 e^{j75,49^\circ} \cdot 1,131042 \times 10^{-4} e^{j89,37^\circ}} \approx \sqrt{4,51451 \times 10^{-3} e^{j164,86^\circ}} \approx 0,06719 e^{j82,43^\circ} \approx (0,008851 + j0,066604) = \alpha + j\beta$$

отсюда

$$\alpha = 0,008851 \text{ Нп/км (коэффициент ослабления)}$$

$$\beta = 0,066604 \text{ рад/км (коэффициент фазы)}$$

Найдем характеристическое сопротивление линии

$$\rho = \underline{Z}_C = \sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Y}_0}} = \sqrt{\frac{39,9146 e^{j75,49^\circ}}{1,131042 \times 10^{-4} e^{j89,37^\circ}}} \approx 594,055 e^{-j6,94^\circ} \approx (589,702 - j71,78) \text{ Ом}$$

Запишем выражение для комплексного напряжения и тока в зависимости от координаты x (отсчитывается от конца линии)

$$\dot{U}(x) = \underline{A}_1 e^{\gamma \cdot x} + \underline{A}_2 e^{-\gamma \cdot x}$$

$$\dot{I}(x) = \frac{\underline{A}_1 e^{\gamma \cdot x} - \underline{A}_2 e^{-\gamma \cdot x}}{\underline{Z}_C}$$

, где

$$\underline{A}_1 = \frac{\dot{U}_2 + \underline{Z}_C \dot{I}_2}{2} = \frac{30 + (589,702 - j71,78) \cdot 100 \times 10^{-3}}{2} =$$

$$= (44,4851 - j3,589) \approx 44,6296 e^{-j4,61^\circ} \text{ В}$$

$$\underline{A}_2 = \frac{\dot{U}_2 - \underline{Z}_C \dot{I}_2}{2} = \frac{30 - (589,702 - j71,78) \cdot 100 \times 10^{-3}}{2} =$$

$$= (-14,4851 + j3,589) \approx 14,9231 e^{j166,08^\circ} \text{ В}$$

, где

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_H = 100 \times 10^{-3} \cdot 300 = 30 \text{ В}$$

Теперь найдем напряжение и ток в начале линии ($x=l$)

$$\dot{U}_1 = \dot{U}(l) = \underline{A}_1 e^{\gamma \cdot l} + \underline{A}_2 e^{-\gamma \cdot l} =$$

$$= 44,6296 e^{-j4,61^\circ} \cdot e^{(0,008851 + j0,066604) \cdot 80} + 14,9231 e^{j166,08^\circ} \cdot e^{-(0,008851 + j0,066604) \cdot 80} \approx$$

$$\approx 44,6296 e^{-j4,61^\circ} \cdot e^{0,70808} e^{j5,32832 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}} + 14,9231 e^{j166,08^\circ} \cdot e^{-0,70808} e^{-j5,32832 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}} \approx$$

$$\approx 90,6021 \cdot e^{j300,68^\circ} + 7,351 \cdot e^{-j139,21^\circ} \approx$$

$$\approx 46,2291 - j77,9206 - 5,5655 - j4,8023 = (40,6636 - j82,7229) \approx 92,177 e^{-j63,82^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}(l) = \frac{\underline{A}_1 e^{\gamma \cdot l} - \underline{A}_2 e^{-\gamma \cdot l}}{\underline{Z}_C} =$$

$$= \frac{44,6296 e^{-j4,61^\circ} \cdot e^{(0,008851 + j0,066604) \cdot 80} - 14,9231 e^{j166,08^\circ} \cdot e^{-(0,008851 + j0,066604) \cdot 80}}{594,055 e^{-j6,94^\circ}} =$$

$$= \frac{44,6296 e^{-j4,61^\circ} \cdot e^{0,70808} e^{j5,32832 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}} - 14,9231 e^{j166,08^\circ} \cdot e^{-0,70808} e^{-j5,32832 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}}}{594,055 e^{-j6,94^\circ}} \approx$$

$$\approx \frac{90,6021 \cdot e^{j300,68^\circ} - 7,351 \cdot e^{-j139,21^\circ}}{594,055 e^{-j6,94^\circ}} \approx \frac{46,2291 - j77,9206 + 5,5655 + j4,8023}{594,055 e^{-j6,94^\circ}} \approx$$

$$\approx \frac{89,6045 e^{-j54,69^\circ}}{594,055 e^{-j6,94^\circ}} \approx 0,150835 e^{-j47,75^\circ} \approx (0,101417 - j0,111651) \text{ А}$$

Найдем полную \underline{S}_1 мощность в начале линии: $\underline{S}_1 = \dot{U}_1 I_1^*$

, где I_1^* - сопряженный комплекс тока \dot{I}_1

$$\underline{S}_1 = \dot{U}_1 I_1^* = 92,177 e^{-j63,82^\circ} \cdot 0,150835 e^{j47,75^\circ} \approx 13,9035 e^{-j16,07^\circ} \approx (13,3602 - j3,8486) \text{ В} \cdot \text{А}$$

Следовательно активная мощность в начале линии:

$$P_1 = \operatorname{Re}[\underline{S}_1] = \operatorname{Re}[13,3602 - j3,8486] = 13,3602 \text{ Вт}$$

Найдем полную \underline{S}_2 мощность в конце линии: $\underline{S}_2 = \dot{U}_2 I_2^*$

, где I_2^* - сопряженный комплекс тока \dot{I}_2

$$\underline{S}_2 = \dot{U}_2 I_2^* = 30 \cdot 100 \times 10^{-3} = 3 \text{ В} \cdot \text{А}$$

Следовательно активная мощность в конце линии:

$$P_2 = \operatorname{Re}[\underline{S}_2] = [3] = 3 \text{ Вт}$$

КПД линии:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3}{13,3602} \approx 0,2245 = 22,45 \%$$

2) Полагая, что линия п.1. стала линией без потерь ($R_0=G_0=0$), а нагрузка на конце линии стала активной и равной модулю комплексной нагрузки п.1, определим напряжение \dot{U}_1 и ток \dot{I}_1 в начале линии, а также длину электромагнитной волны λ .

Для линии без потерь:

$$Z_H = |Z_H| = |300| = 300 \text{ Ом}$$

Такая линия характеризуется волновым сопротивлением:

$$\rho = Z_C = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \sqrt{\frac{2,05 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-9}}} \approx 584,523 \text{ Ом}$$

и коэффициентом распространения:

$$\gamma = j\omega\sqrt{L_0 C_0} = j18849,56\sqrt{2,05 \times 10^{-3} \cdot 6 \times 10^{-9}} \approx j0,066108$$

Волновое сопротивление линии без потерь является активным и не зависит от частоты. Коэффициент распространения определяется только коэффициентом фазы:

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

, где

$$\alpha = 0 \text{ (коэффициент ослабления)}$$

$$\beta = 0,066108 \text{ рад/км (коэффициент фазы)}$$

В установившемся режиме уравнения линии без потерь от показательной формы преобразуются к уравнениям в круговых тригонометрических функциях:

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x + jZ_C \dot{I}_2 \sin \beta x$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \sin \beta x$$

Теперь найдем напряжение и ток в начале линии ($x=l$)

$$\dot{U}_1 = \dot{U}(l) = \dot{U}_2 \cos \beta l + j Z_C \dot{I}_2 \sin \beta l =$$

$$= 30 \cdot \cos \left(0,066108 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 80 \right) + j 584,523 \cdot 100 \times 10^{-3} \cdot \sin \left(0,066108 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 80 \right) \approx$$

$$\approx 30 \cos(303,017^\circ) + j 58,4523 \sin(303,017^\circ) \approx (16,3466 - j 49,0128) \approx 51,6669 e^{-j 71,56^\circ} \text{ В}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}(l) = \dot{I}_2 \cos \beta l + j \frac{\dot{U}_2}{Z_C} \sin \beta l =$$

$$= 100 \times 10^{-3} \cos \left(0,066108 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 80 \right) + j \frac{30}{584,523} \cdot \sin \left(0,066108 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 80 \right) \approx$$

$$\approx 100 \times 10^{-3} \cos(303,017^\circ) + j 0,051324 \sin(303,017^\circ) \approx$$

$$\approx (0,054489 - j 0,043036) \approx 0,069434 e^{-j 38,3^\circ} \text{ А}$$

, где $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_H = 100 \times 10^{-3} \cdot 300 = 30 \text{ В}$

Определим длину электромагнитной волны λ :

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0,066108} \approx 95,044 \text{ км}$$

3) Для линии без потерь п.2. построим график распределения действующего значения напряжения вдоль линии в функции координаты x (отсчитывается от конца линии)

$$\begin{aligned} U_D(x) &= |\dot{U}(x)| = \sqrt{(\dot{U}_2 \cos \beta x)^2 + (Z_C \dot{I}_2 \sin \beta x)^2} = \\ &= \sqrt{(30 \cos(0,066108 \cdot x))^2 + (584,523 \cdot 100 \times 10^{-3} \sin(0,066108 \cdot x))^2} = \\ &= \sqrt{(30 \cos(0,066108 \cdot x))^2 + (58,4523 \sin(0,066108 \cdot x))^2} \end{aligned}$$

