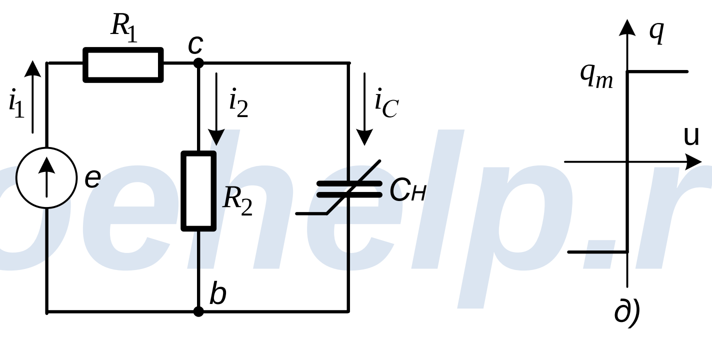
Рассчитаем периодический процесс в нелинейной электрической цепи по характеристикам для мгновенных значений и построим графики изменения требуемых величин во времени.

Схема, представленная на рис., состоит из источника синусоидальной ЭДС $e(t) = E_m \sin(500t)$; двух резисторов сопротивлениями $R_1 = R_2 = 1000\ Ом$ и конденсатора C_H с нелинейной кулон-вольтной характеристикой, которая изображена на рис. ($q_m = 10^{-4}\ Кл$)

Построим зависимости заряда q, напряжения на конденсаторе u_{cb} и токов i_1 и i_C в функции ωt.

Дано:

$E_m = 130\ \ B$



Решение:

Напишем систему уравнений по Законам Кирхгофа для мгновенных значений величин:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_C = 0 \\ i_2 R_2 - u_C = 0 \\ i_1 R_1 + u_C = e \end{cases}$$

Примем, что на первом временном интервале $0 \le \omega t \le \omega t_1$, происходит изменение заряда на емкостном элементе от $-q_m$ и q_m, при этом $u_C = 0$.

поэтому

$$i_2 = \frac{u_C}{R_2} = \frac{0}{1000} = 0$$

$$i_1 = \frac{e - u_C}{R_1} = \frac{130\sin(500t) - 0}{1000} = 0{,}13\sin(500t), A$$

$$i_C = i_1 - i_2 = 0{,}13\sin(500 \cdot t) - 0 = 0{,}13\sin(500 \cdot t), A$$

Напряжение $u_{cb} = u_C = 0$

Заряд на емкостном элементе $q = \int i_C dt = \int i dt = \int 0{,}13\sin(500t)dt = -\frac{0{,}13}{500}\cos(\omega t) + A$,

, где А – постоянная интегрирования.

Из принятого вначале условия, при $t=0$, $q=-q_m$

$$\Rightarrow\ q=-q_m=-\frac{0{,}13}{500}\cos(\omega t)+A=-\frac{0{,}13}{500}\cos(0)+A=-\frac{0{,}13}{500}+A$$

$$\Rightarrow\ A=\frac{0{,}13}{500}-q_m$$

Тогда закон изменения заряда будет таким:

$$q=-\frac{0{,}13}{500}\cos(\omega t)+A=-\frac{0{,}13}{500}\cos(\omega t)+\frac{0{,}13}{500}-q_m$$

Т.к. при $\omega t=\omega t_1$, $q=q_m$, то

$$q_m=-\frac{0{,}13}{500}\cos(\omega t_1)+\frac{0{,}13}{500}-q_m$$

$$\Rightarrow\ \cos(\omega t_1)=1-\frac{500}{0{,}13}\cdot 2\cdot q_m=1-\frac{500}{0{,}13}\cdot 2\cdot 10^{-4}=0{,}23077$$

$$\Rightarrow \omega t_1=\arccos(0{,}23077)\approx 76{,}66^\circ\approx 0{,}426\pi$$

На втором интервале $\omega t_1\le\omega t\le\pi$ изменение заряда прекратилось, т.е. $q=q_m=const$ $\Rightarrow\ i_C=0$

Значит:

$$i_1=i_2=\frac{e}{R_1+R_2}=\frac{130\sin(500t)}{1000+1000}=0{,}065\sin(500t),A$$

Тогда, напряжение $u_{cb}=R_2i_2=1000\cdot 0{,}065\sin(500t)=65\sin(500t),B$

Примем, что на 3-м временном интервале $\pi\le\omega t\le\omega t_2$, происходит изменение заряда на емкостном элементе от q_m и $-q_m$, при этом $u_C=0$.

поэтому

$$i_2=\frac{u_C}{R_2}=\frac{0}{1000}=0$$

$$i_1=\frac{e-u_C}{R_1}=\frac{130\sin(500t)-0}{1000}=0{,}13\sin(500t),A$$

$$i_C=i_1-i_2=0{,}13\sin(500\cdot t)-0=0{,}13\sin(500\cdot t),A$$

Напряжение $u_{cb}=u_C=0$

Заряд на емкостном элементе $q=\int i_C dt=\int idt=\int 0{,}13\sin(\omega t)dt=-\frac{0{,}13}{500}\cos(\omega t)+A,$

, где А – постоянная интегрирования.

Из принятого вначале условия, при $\omega t=\pi$, $q=q_m$

$$\Rightarrow\ q=q_m=-\frac{0{,}13}{500}\cos(\omega t)+A=-\frac{0{,}13}{500}\cos(\pi)+A=\frac{0{,}13}{500}+A$$

$$\Rightarrow\ A=q_m-\frac{0{,}13}{500}$$

Тогда закон изменения заряда будет таким:

$$q = -\frac{0,13}{500}\cos(\omega t) + A = -\frac{0,13}{500}\cos(\omega t) - \frac{0,13}{500} + q_m$$

Т.к. при $\omega t = \omega t_2$, $q = -q_m$, то:

$$-q_m = -\frac{0,13}{500}\cos(\omega t_2) - \frac{0,13}{500} + q_m$$

$$\Rightarrow \quad \cos(\omega t_2) = -1 + \frac{500}{0,13}\cdot 2q_m = -1 + \frac{500}{0,13}\cdot 2\cdot 10^{-4} = -0,23077$$

$$\Rightarrow \omega t_2 = \arccos(-0,23077) \approx 256,66^\circ \approx 1,426\pi$$

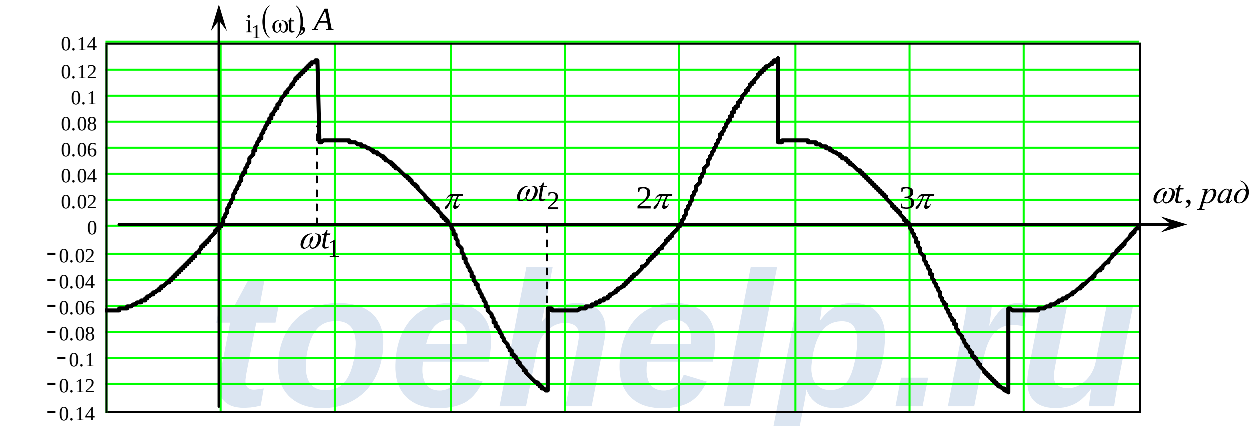
На 4-м интервале $\omega t_2 \le \omega t \le 2\pi$ изменение заряда прекратилось, т.е. $q = -q_m = const$

$\Rightarrow \; i_C = 0$

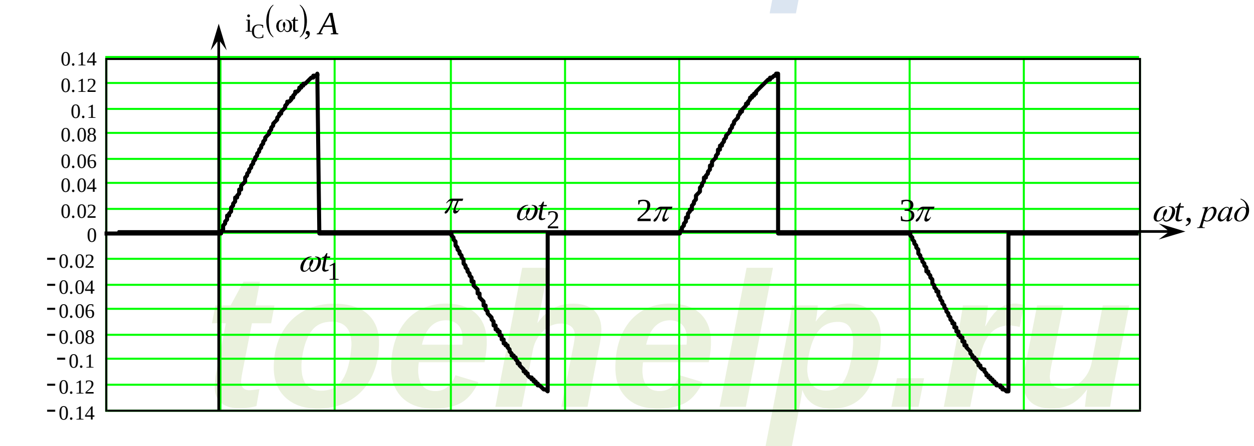
Значит:

$$i_1 = i_2 = \frac{e}{R_1 + R_2} = \frac{130\sin(500t)}{1000+1000} = 0,065\sin(500t), A$$

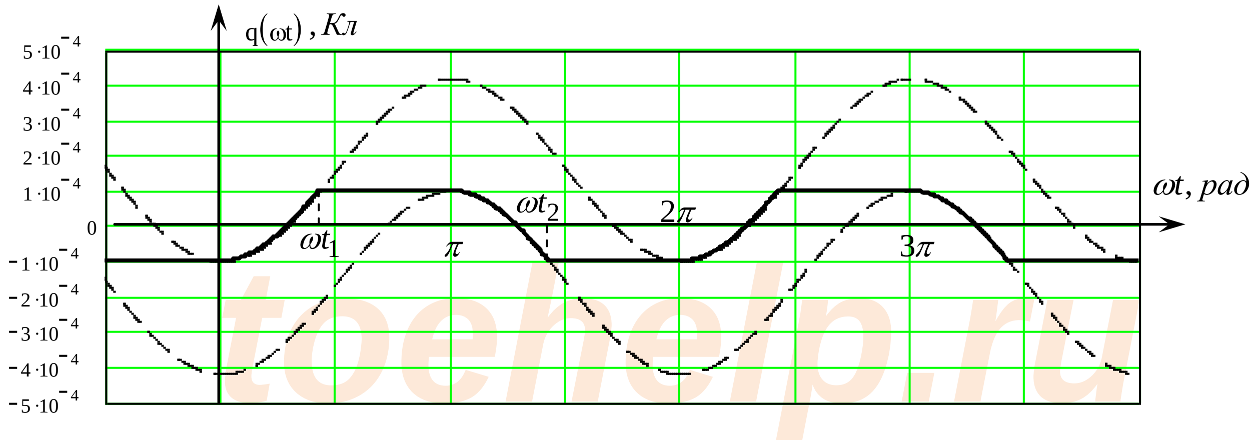
Тогда, напряжение $u_{cb} = R_2 i_2 = 1000\cdot 0,065\sin(500t) = 65\sin(500t), B$



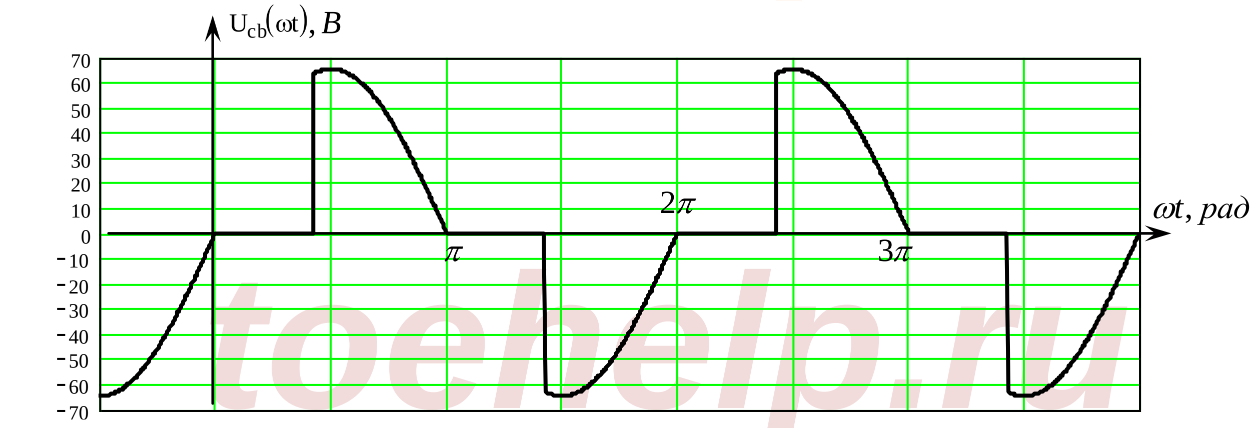
i1(ωt), A
0.14
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.1
-0.12
-0.14
ωt1
π
ωt2
2π
3π
ωt, рад



iC(ωt), A
0.14
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0
-0.02
-0.04
-0.06
-0.08
-0.1
-0.12
-0.14
ωt1
π
ωt2
2π
3π
ωt, рад



q(ωt), Кл
5·10^-4
4·10^-4
3·10^-4
2·10^-4
1·10^-4
0
-1·10^-4
-2·10^-4
-3·10^-4
-4·10^-4
-5·10^-4
ωt1
π
ωt2
2π
3π
ωt, рад



Ucb(ωt), B
70
60
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
π
2π
3π
ωt, рад