

Министерство образования Российской Федерации
Уральский государственный технический университет

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические указания к выполнению контрольных заданий по теме
«Геометрические характеристики плоских сечений»
для студентов всех форм обучения всех специальностей

Екатеринбург – 2000

УДК 539.3

Составители Д.Е.Черногубов, В.В.Чупин

Научный редактор доц., канд.техн.наук А.А. Вознесенский

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ: Методические указания к выполнению контрольных заданий по теме «Геометрические характеристики плоских сечений» / Д.Е.Черногубов, В.В.Чупин. Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2000. 36 с.

Методические указания предназначены для студентов всех специальностей, изучающих курс «Сопроотивление материалов». Содержат сведения из теории, примеры расчета, таблицы сортамента и описание учебной программы «GEOM.EXE»

Библиогр.: 3 назв. Рис. 13. Табл. 1. Прил. 2.

Подготовлено кафедрой «Строительная механика».

© Уральский государственный
технический университет–УПИ, 2000

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

Сопротивление стержня различным видам деформаций зависит не только от его материала и размеров, но и от формы поперечных сечений. Рассмотрим основные геометрические характеристики поперечных сечений.

1. СТАТИЧЕСКИЙ МОМЕНТ СЕЧЕНИЯ

Статическим моментом S_x сечения (фигуры) относительно какой-либо оси x (рис.1) называется сумма произведений элементарных площадок dA на их расстояние y до данной оси, численно равная интегралу

$$S_x = \int_A y dA . \quad (1)$$

Размерность статического момента — единица длины в третьей степени, обычно $см^3$. Он может быть положительным, отрицательным и, в частности, равным нулю. Если отождествить площадь с силой, то интеграл (1) можно рассматривать как сумму моментов сил dA относительно оси x . По известной из теоретической механики теореме о моменте равнодействующей можно написать

$$S_x = \int_A y dA = A \cdot y_c , \quad (2)$$

где A — площадь всей фигуры (равнодействующая);

y_c — расстояние от центра тяжести фигуры до оси x .

Из формулы (2) следует формула для определения координаты центра тяжести

$$y_c = \frac{S_x}{A} . \quad (3)$$

Аналогично статический момент относительно оси y

$$S_y = \int_A x dA = A \cdot x_c , \quad (4)$$

откуда

$$x_c = \frac{S_y}{A} . \quad (5)$$

Из этих формул следует, что если x и y проходят через центр тяжести, фигуры, то статический момент относительно этих осей равен нулю. Такие оси называются *центральными осями*.

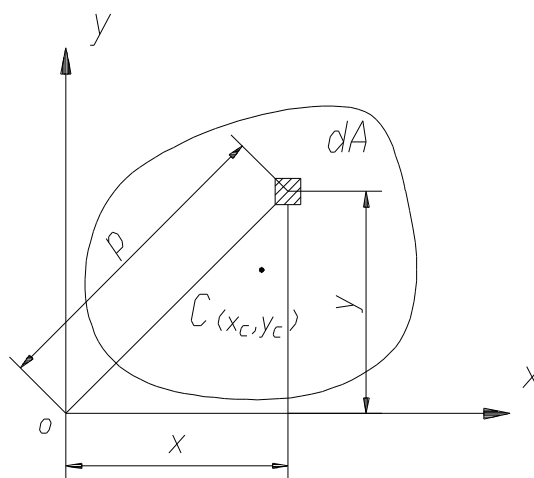


Рис. 1

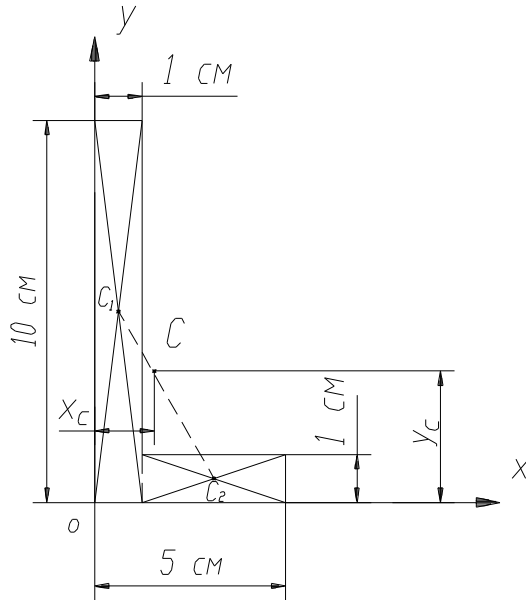


Рис. 2

Пример 1. Определить положение центра тяжести сечения (рис.2).

Решение. Разбиваем сечение на два прямоугольника. Проводим вспомогательные оси x и y .

По формулам (3) и (5) получим:

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} = \frac{10 \cdot 1 \cdot 0,5 + 4 \cdot 1 \cdot 3}{10 + 4} = 1,21 \text{ см.}$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = \frac{10 \cdot 1 \cdot 5 + 4 \cdot 1 \cdot 0,5}{10 + 4} = 3,71 \text{ см.}$$

По этим координатам находим точку C — центр тяжести сечения.

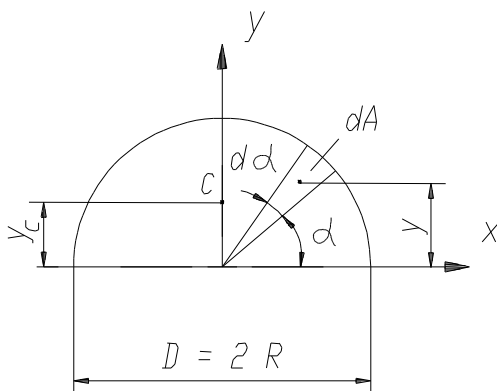


Рис.3

Пример 2. Определить положение центра тяжести сечения, имеющего форму полукруга (рис.3).

Решение. Ось y является осью симметрии, следовательно, центр тяжести сечения лежит на этой оси. Для определения его положения воспользуемся формулой (3).

Вычислим статический момент полукруга относительно оси x , выделив элементарный сектор. Его площадь равна площади треугольника с основанием Rda и высотой R :

$$dA = \frac{1}{2} R da \cdot R,$$

а ордината центра тяжести $y = \frac{2}{3} R \sin a$;

тогда

$$S_x = \int_A y dA = \int_0^{\rho} \frac{2}{3} R \sin a \frac{1}{2} R^2 da = \frac{2}{3} R^3$$

и координата центра тяжести

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{\frac{2}{3} R^3}{\frac{1}{2} \rho R^2} = \frac{4 R}{3 \rho} \approx 0,424 \cdot R.$$

2. МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ СЕЧЕНИЯ

Осевым моментом инерции сечения относительно оси x называется сумма произведений элементарных площадок dA на квадрат их расстояний до данной оси, численно равная интегралу

$$J_x = \int_A y^2 dA. \quad (6)$$

Аналогично относительно оси y

$$J_y = \int_A x^2 dA,$$

где y — расстояние от элементарной площадки dA до оси x (см. рис.1),

x — расстояние от элементарной площадки dA до оси y .

Полярным моментом инерции сечения относительно данной точки (полюса) называется сумма произведений элементарных площадок dA на квадрат их расстояний до этой точки, определяемая интегралом вида

$$J_p = \int_A r^2 dA, \quad (7)$$

где ρ — расстояние от площадки dA до точки (полюса) (см. рис.1), относительно которой вычисляется полярный момент инерции.

Осевой и полярный моменты инерции – величины всегда положительные, так как в формулы (6) и (7) координаты произвольной площадки входят в квадрате.

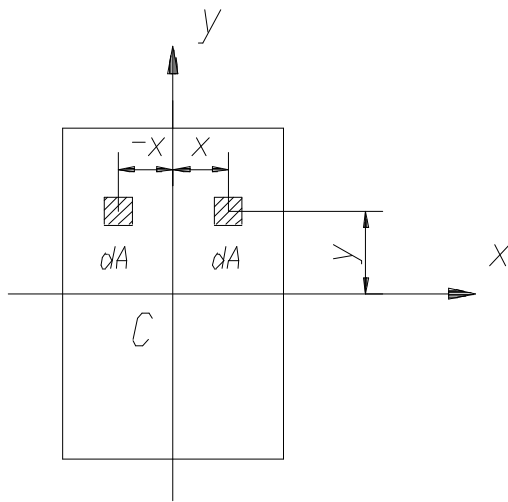
Центробежным моментом инерции сечения относительно осей x и y называется сумма произведений элементарных площадок dA на их расстояния до этих осей, определяемая интегралом вида

$$J_{xy} = \int_A xy dA, \quad (8)$$

где x, y – расстояния от площадки dA до осей x и y .

Размерность всех моментов инерции – единица длины в четвертой степени (обычно $см^4$).

Центробежный момент инерции может быть положительным, отрицательным и, в частном случае, равным нулю.



Если взаимно перпендикулярные оси x и y или одна из них являются осями симметрии фигуры, то относительно таких осей центробежный момент инерции равен нулю. Действительно, для симметричной фигуры всегда можно выделить два элемента ее площади (рис.4), которые имеют одинаковые координаты y и равные, но противоположные по знаку, абсциссы, тогда:

Рис. 4

$$J_{xy} = \int_A xy dA = \int_{A_n} (-x)y dA + \int_{A_n} xy dA = 0.$$

Легко доказать, что полярный момент инерции относительно какой-либо точки равен сумме осевых моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей, проходящих через эту точку.

Из рис.1 видно, что $\rho^2 = x^2 + y^2$. Подставив это значение в выражение (7), получим

$$J_p = \int_A r^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA.$$

Следовательно,

$$J_p = J_x + J_y. \quad (9)$$

3. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ МОМЕНТАМИ ИНЕРЦИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ОСЕЙ

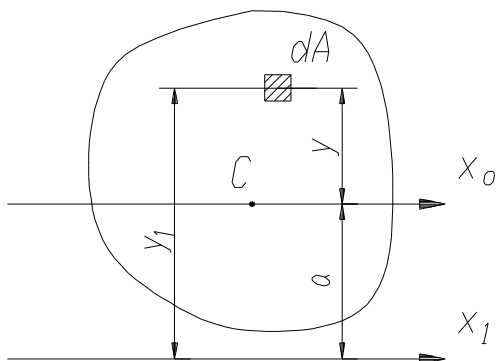


Рис. 5

Определим момент инерции фигуры относительно какой-либо оси x_1 (рис.5).

Пусть x_0 – центральная ось и момент инерции J_{x_0} известен. Из чертежа видно, что $y_1 = a + y$. Следовательно,

$$J_{x_1} = \int_A (a + y)^2 dA = a^2 \int_A dA + 2a \int_A y dA + \int_A y^2 dA.$$

Первый интеграл дает площадь сечения. Второй интеграл, представляющий статический момент относительно центральной оси x_o , равен нулю. Третий интеграл – это момент инерции J_{x_o} фигуры относительно оси x_o . Таким образом,

$$J_{x_1} = J_{x_o} + a^2 A. \quad (10)$$

Момент инерции относительно любой оси равен моменту инерции относительно центральной оси, параллельной данной, плюс произведение площади фигуры на квадрат расстояния между осями.

Из формулы (10) видно, что момент инерции относительно центральной оси меньше, чем момент инерции относительно любой нецентральной оси, параллельной первой.

Момент инерции относительно центральной оси называется *центральным моментом инерции*.

4. МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ПРОСТЫХ СЕЧЕНИЙ

1. Прямоугольник (рис.6,а). Вычислим момент инерции сечения относительно оси x_o , проходящей через центр тяжести.

За dA примем площадь бесконечно тонкого слоя $dA = b \cdot dy$. Тогда

$$J_{x_o} = b \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2 dy = \frac{bh^3}{12}. \quad (11)$$

Аналогично,

$$J_{y_o} = \frac{hb^3}{12}. \quad (12)$$

2. Круг (рис.6,б). Сначала определим полярный момент инерции относительно центра круга

$$J_p = \int_A r^2 dA.$$

За dA принимаем площадь бесконечно тонкого кольца толщиной $d\rho$:

$$dA = 2\pi \cdot \rho \cdot d\rho,$$

тогда

$$J_p = 2p \int_0^r r^3 dr = \frac{p \cdot r^4}{2}.$$

Следовательно,

$$J_p = \frac{p \cdot r^4}{2} = \frac{p \cdot d^4}{32} \approx 0,1 \cdot d^4. \quad (13)$$

Теперь найдем J_{x_o} . Для круга, согласно формуле (9), получаем

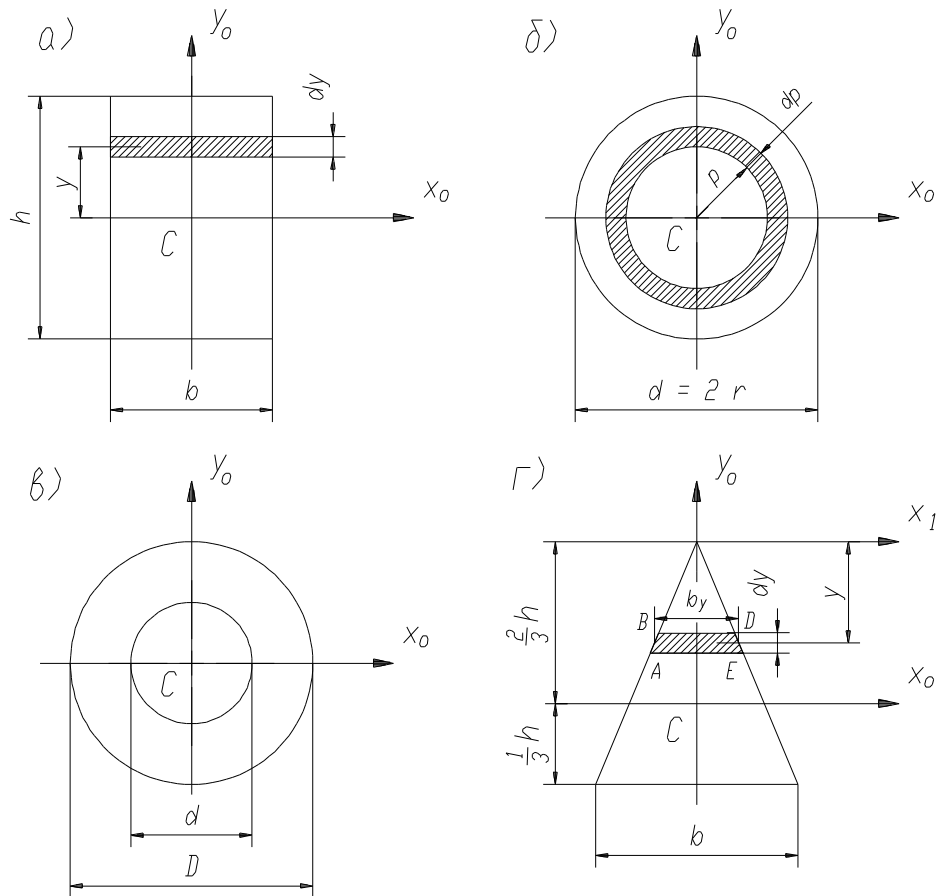


Рис.6

$$J_p = 2 \cdot J_{x_0} = 2 \cdot J_{y_0},$$

откуда

$$J_{x_0} = J_{y_0} = \frac{J_p}{2} = \frac{p \cdot r^4}{4} = \frac{p \cdot d^4}{64} \approx 0,05 \cdot d^4. \quad (14)$$

3. Кольцо (рис.6,в). Осевой момент инерции в этом случае равен разности моментов инерции внешнего и внутреннего кругов

$$J_{x_0} = J_{y_0} = \frac{p \cdot D^4}{64} - \frac{p \cdot d^4}{64} = \frac{p \cdot D^4}{64} (1 - a^4) \approx 0,05 \cdot D^4 \cdot (1 - a^4), \quad (15)$$

где

$$a = \frac{d}{D}.$$

Аналогично полярный момент инерции

$$J_p = \frac{p \cdot D^4}{32} - \frac{p \cdot d^4}{32} = \frac{p \cdot D^4}{32} (1 - a^4) \approx 0,1 \cdot D^4 \cdot (1 - a^4). \quad (16)$$

4. Равнобедренный треугольник (рис.6,г). Определим момент инерции относительно оси x_1 , параллельной основанию и проходящей через вершину треугольника

$$J_{x_1} = \int_A y^2 dA.$$

За dA примем площадь бесконечно тонкой трапеции $ABDE$, площадь которой можно считать равной площади прямоугольника

$$dA = b_y dy,$$

где b_y – длина прямоугольника, которую легко получить из подобия треугольников

$$b_y = \frac{y}{h} b,$$

тогда

$$J_{x_1} = \frac{b}{h} \int_0^h y^3 dy = \frac{b \cdot h^3}{4}. \quad (17)$$

Определим момент инерции относительно центральной оси, для чего используем формулу (10):

$$J_{x_o} = J_{x_1} - a^2 A = \frac{b \cdot h^3}{4} - \left(\frac{2}{3}h\right)^2 \frac{b \cdot h}{2} = \frac{b \cdot h^3}{36}. \quad (18)$$

Аналогичным образом определяя момент инерции относительно центральной оси y_o , получаем формулу

$$J_{y_o} = \frac{b^3 \cdot h}{48}. \quad (19)$$

5. МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ СЛОЖНЫХ ФИГУР

Момент инерции сложной фигуры равен сумме моментов инерции ее составных частей

$$J_x = J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III} + \mathbf{K} \quad (20)$$

Это непосредственно следует из свойств определенного интеграла

$$\int_A y^2 dA = \int_{A_1} y^2 dA + \int_{A_2} y^2 dA + \mathbf{K},$$

где

$$A = A_1 + A_2 + \dots$$

Таким образом, для вычисления момента инерции сложной фигуры надо разбить ее на ряд простых фигур, вычислить моменты инерции этих фигур и затем просуммировать эти моменты инерции.

Данная теорема справедлива также и для центробежного момента инерции.

Моменты инерции прокатных сечений (двутавров, швеллеров, уголков и т.д.) приводятся в таблицах сортамента.

Пример 3. Определить положение центра тяжести, вычислить моменты инерции сечения (рис.7) относительно вертикальной и горизонтальной центральных осей.

Решение:

1. Определяем положение центра тяжести.

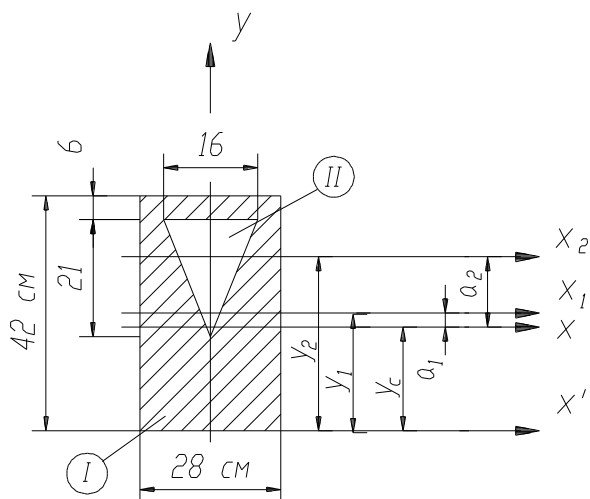


Рис.7

Сечение имеет ось симметрии y , следовательно, она является центральной осью. Для определения координаты центра тяжести вводим вспомогательную ось x' и разбиваем сечение на две фигуры: прямоугольник – I и треугольник – II.

Координату центра тяжести определяем по формуле

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 - A_2 \cdot y_2}{A_1 - A_2},$$

где A_1 – площадь первой фигуры (прямоугольника);

A_2 – площадь второй фигуры (треугольника);

y_1 – расстояние от оси x' до центра тяжести прямоугольника;

y_2 – расстояние от оси x' до центра тяжести треугольника.

Знак минус в формуле говорит о том, что вторая фигура у нас вырез.

Тогда:

$$A_1 = 42 \cdot 28 = 1176 \text{ см}^2, \quad A_2 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 21 = 168 \text{ см}^2,$$

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot 42 = 21 \text{ см}, \quad y_2 = 42 - 6 - \frac{1}{3} \cdot 21 = 29 \text{ см}.$$

$$y_c = \frac{1176 \cdot 21 - 168 \cdot 29}{1176 - 168} = 19,67 \text{ см}.$$

2. Вычисляем моменты инерции относительно центральных осей x и y :

$$J_x = J_x^I - J_x^{II},$$

$$J_y = J_y^I - J_y^{II}.$$

Для вычисления момента инерции прямоугольника J_x^I относительно оси x используем формулу (10)

$$J_x^I = J_{x_1}^I + a_1^2 \cdot A_1,$$

где $J_{x_1}^I$ – момент инерции прямоугольника относительно собственной центральной оси x_1 ;

a_1 – расстояние от оси x до центра тяжести прямоугольника.

Тогда по формуле (11)

$$J_{x_1}^I = \frac{28 \cdot 42^3}{12} = 172872 \text{ см}^4,$$

$$a_1 = 21 - 19,67 = 1,33 \text{ см},$$

$$J_x^I = 172872 + 1,33^2 \cdot 1176 = 174952 \text{ см}^4.$$

Аналогично вычисляем момент инерции треугольника относительно оси x

$$J_x^{II} = J_{x_2}^{II} + a_2^2 \cdot A_2.$$

По формуле (18): $J_{x_2}^{II} = \frac{16 \cdot 21^3}{36} = 4116 \text{ см}^4,$

$$a_2 = 29 - 19,67 = 9,33 \text{ см},$$

$$J_x^{II} = 4116 + 9,33^2 \cdot 168 = 18740 \text{ см}^4.$$

Суммарный момент инерции относительно оси x

$$J_x = 174952 - 18740 = 156212 \text{ см}^4.$$

Для вычисления момента инерции относительно оси y используем формулы (12) и (19):

$$J_y = \frac{42 \cdot 28^3}{12} - \frac{16^3 \cdot 21}{48} = 76832 - 1792 = 75040 \text{ см}^4.$$

6. ИЗМЕНЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ПРИ ПОВОРОТЕ ОСЕЙ

Найдем зависимость между моментами инерции относительно осей x , y и моментами инерции относительно осей x_1 , y_1 , повернутых на угол α (рис.8). Пусть $J_x > J_y$ и положительный угол α отсчитывается от оси x против часовой стрелки.

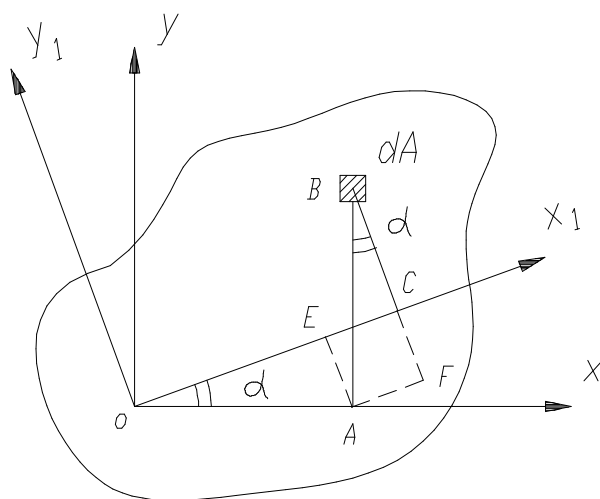


Рис.8

Для решения поставленной задачи найдем зависимость между координатами площадки dA в исходных и повернутых осях. Из чертежа следует

$$x_1 = \overline{OC} = \overline{OE} + \overline{EC} = \overline{OE} + \overline{AF} = x \cdot \cos a + y \cdot \sin a, \quad (21)$$

$$y_1 = \overline{BC} = \overline{BF} - \overline{AE} = y \cdot \cos a - x \cdot \sin a. \quad (22)$$

Теперь определим моменты инерции относительно осей x_1 и y_1 :

$$\begin{aligned} J_{x_1} &= \int_A y_1^2 dA = \int_A (y \cdot \cos a - x \cdot \sin a)^2 dA = \\ &= \int_A y^2 \cos^2 a \cdot dA - 2 \int_A xy \cdot \sin a \cdot \cos a \cdot dA + \int_A x^2 \sin^2 a \cdot dA, \end{aligned}$$

или

$$J_{x_1} = J_x \cos^2 a + J_y \sin^2 a - J_{xy} \sin 2a; \quad (23)$$

аналогично

$$\begin{aligned} J_{y_1} &= \int_A (x \cdot \cos a + y \cdot \sin a)^2 dA = \\ &= J_x \sin^2 a + J_y \cos^2 a + J_{xy} \sin 2a; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} J_{x_1 y_1} &= \int_A (x \cdot \cos a + y \cdot \sin a)(y \cdot \cos a - x \cdot \sin a) dA = \\ &= \frac{J_x - J_y}{2} \sin 2a + J_{xy} \cos 2a. \end{aligned} \quad (25)$$

Складывая (23) и (24), получаем

$$J_{x_1} + J_{y_1} = J_x + J_y = J_p. \quad (26)$$

Вычитая (24) из (23), получаем

$$J_{x_1} - J_{y_1} = (J_x - J_y) \cos 2a - 2J_{xy} \sin 2a. \quad (27)$$

Формула (26) показывает, что сумма моментов инерции относительно любых взаимно перпендикулярных осей не меняется при их повороте.

Формула (27) может служить для вычисления центробежного момента инерции относительно осей x , y по известным осевым моментам инерции относительно осей x , y и x_1 , y_1 .

7. ГЛАВНЫЕ ОСИ ИНЕРЦИИ И ГЛАВНЫЕ МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ

При изменении угла величины J_{x_1} , J_{y_1} и $J_{x_1 y_1}$ изменяются. Найдем значение угла, при котором J_{x_1} и J_{y_1} имеют экстремальные значения, для чего возьмем от J_{x_1} и J_{y_1} первую производную по a и приравняем ее нулю:

$$\frac{dJ_{x_1}}{da} = -2J_x \cos a_o \cdot \sin a_o + 2J_y \sin a_o \cdot \cos a_o - 2J_{xy} \cos 2a_o = 0,$$

или

$$-(J_x - J_y) \sin 2a_o - 2J_{xy} \cos 2a_o = 0,$$

откуда

$$\operatorname{tg} 2\alpha_o = -\frac{2J_{xy}}{J_x - J_y}. \quad (28)$$

Эта формула определяет положение двух осей, относительно одной из которых осевой момент инерции максимален, а относительно другой – минимален.

Такие оси называются *главными*. Моменты инерции относительно главных осей называются *главными моментами инерции*.

Величину главных моментов инерции найдем из формул (23) и (24), подставив в них значение α_o из формулы (28), при этом используем известные формулы тригонометрии для функций двойных углов.

После преобразований получим следующую формулу для определения главных моментов инерции:

$$J_{\frac{max}{min}} = \frac{J_x + J_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4J_{xy}^2}. \quad (29)$$

Исследуя вторую производную $\frac{d^2 J_{x_l}}{da^2}$, можно установить, что для данного случая ($J_x > J_y$) максимальный момент инерции J_{max} имеет место относительно главной оси, повернутой на угол α_o по отношению к оси x , а минимальный момент инерции – относительно другой перпендикулярной оси. В большинстве случаев в этом исследовании нет необходимости, так как по конфигурации сечений видно, какая из главных осей соответствует максимуму момента инерции. Кроме формулы (29), для определения главных моментов инерции можно пользоваться также формулами (23) и (24). При этом сам собой решается вопрос: относительно какой главной оси получается максимальный момент инерции и относительно какой оси минимальный.

Покажем теперь, что относительно главных осей центробежный момент инерции равен нулю.

Действительно, приравнявая $J_{x_l y_l}$ по формуле (25) нулю, получаем

$$\frac{J_x - J_y}{2} \sin 2\alpha_o + J_{xy} \cos 2\alpha_o = 0,$$

откуда для $\operatorname{tg} 2\alpha_o$ вновь получается формула (28).

Таким образом, главными осями инерции называются оси, обладающие следующими свойствами:

1. Центробежный момент инерции относительно этих осей равен нулю.
2. Моменты инерции относительно главных осей имеют экстремальные значения (относительно одной – максимум, относительно другой – минимум).

Главные оси, проходящие через центр тяжести сечения, называются *главными центральными осями инерции*.

Во многих случаях удается сразу определить положение главных центральных осей. Если фигура имеет ось симметрии, то она является одной из главных центральных осей, вторая проходит через центр тяжести сечения

перпендикулярно первой. Сказанное следует из того обстоятельства, что относительно оси симметрии и любой оси, ей перпендикулярной, центробежный момент инерции равен нулю.

Используя формулы (23) – (25), можно показать, что в случае, если два главных центральных момента инерции сечения равны между собой, то у этого сечения любая центральная ось является главной, и все главные центральные моменты инерции одинаковы (круг, квадрат, шестиугольник, равносторонний треугольник).

Действительно, предположим, что для какого-то сечения оси x и y – главные центральные оси и, кроме того, $J_x = J_y$. Тогда из формул (23) и (24) получим, что $J_x = J_y = J_{x_1} = J_{y_1}$, а по формуле (25) убедимся, что $J_{x_1 y_1} = 0$, т.е. любые оси x_1 и y_1 являются главными центральными осями инерции такой фигуры.

8. ПОНЯТИЕ О РАДИУСЕ И ЭЛЛИПСЕ ИНЕРЦИИ

Познакомимся еще с одной геометрической характеристикой – радиусом инерции сечения.

Радиусом инерции сечения относительно некоторой оси, например, x , называется величина i_x , определяемая из равенства

$$J_x = A \cdot i_x^2.$$

Из определения следует, что радиус инерции равен расстоянию от оси x до той точки, в которой следует сосредоточить (условно) площадь сечения A , чтобы момент инерции одной этой точки был равен моменту инерции всего сечения. Зная момент инерции сечения и его площадь, можно найти радиус инерции относительно оси x

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}. \quad (30)$$

Радиусы инерции, соответствующие главным осям, называются *главными радиусами инерции* и определяются по формулам:

$$i_{max} = \sqrt{\frac{J_{max}}{A}}, \quad i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}. \quad (31)$$

Построим на главных центральных осях инерции эллипс с полуосями, равными главным радиусам инерции, причем вдоль оси u отложим отрезки i_v , а вдоль оси v – отрезки i_u (рис. 9). Такой эллипс, имеющий уравнение

$$\frac{u^2}{i_v^2} + \frac{v^2}{i_u^2} = 1 \quad (32)$$

и называемый *эллипсом инерции*, обладает следующим свойством. Радиус инерции относительно любой центральной оси z определяется как

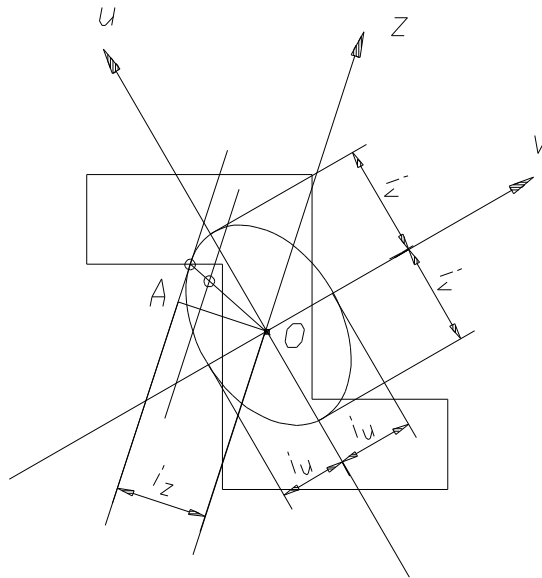


Рис. 9

перпендикуляр OA , проведенный из центра эллипса на касательную, параллельную данной оси. Для получения же точки касания достаточно провести параллельно данной оси z любую хорду. Точка пересечения эллипса с прямой, соединяющей центр O и середину хорды, и есть точка касания. Измерив затем отрезок $OA = i_z$, находим момент инерции

$$J_z = A \cdot i_z^2.$$

9. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ЦЕНТРОБЕЖНЫМИ МОМЕНТАМИ ИНЕРЦИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ДВУХ СИСТЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ОСЕЙ

Пусть оси x_o и y_o – центральные оси (рис.10) и момент инерции $J_{x_o y_o}$ задан. Найдем центробежный момент инерции относительно осей x_l, y_l . Из чертежа видно, что

$$x_l = x_o + b,$$

$$y_l = y_o + a.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} J_{x_l y_l} &= \int_A x_l y_l dA = \int_A (x_o + b)(y_o + a) \cdot dA = \\ &= \int_A x_o y_o dA + b \int_A y_o dA + a \int_A x_o dA + ab \int_A dA, \end{aligned}$$

или

$$J_{x_l y_l} = J_{x_o y_o} + ab \cdot A. \quad (33)$$

Второй и третий интегралы в правой части равенства (33), представляющие статические моменты относительно центральных осей, равны нулю.

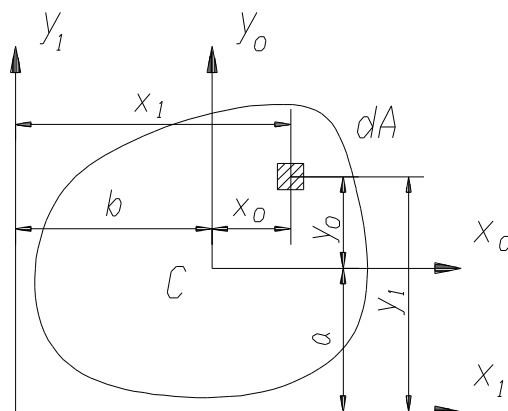


Рис.10

Итак, центробежный момент инерции относительно системы взаимно перпендикулярных осей, параллельных центральным, равен центробежному моменту инерции относительно этих центральных осей плюс произведение площади фигуры на координаты ее центра тяжести относительно новых осей.

Если оси x_0, y_0 являются главными осями, то относительно этих осей $J_{x_0 y_0} = 0$, и формула (33) упрощается

$$J_{x_1 y_1} = a \cdot b \cdot A. \quad (34)$$

Для сложной фигуры, состоящей из n простых фигур,

$$J_{x_1 y_1} = \sum_I^n a_i b_i A_i \quad (35)$$

(при условии, что собственные центральные оси каждой фигуры являются главными осями).

Пример 4. Вычислить центробежный момент инерции уголка 140×90×10 относительно центральных осей x и y (рис.11).

Решение. Для определения центробежного момента инерции воспользуемся формулой (25), при этом за исходные оси примем главные центральные оси u и v , относительно которых центробежный момент инерции J_{uv} равен нулю.

Из таблиц сортамента определяем:

$$J_x = 146 \text{ см}^4,$$

$$J_y = 444 \text{ см}^4,$$

$$J_u = 85,5 \text{ см}^4,$$

$$\text{tg } \alpha = 0,409.$$

Зная $\text{tg } \alpha$, находим угол $\alpha = 22,24^\circ$.

По формуле (26) вычисляем момент инерции относительно второй

главной центральной оси v :

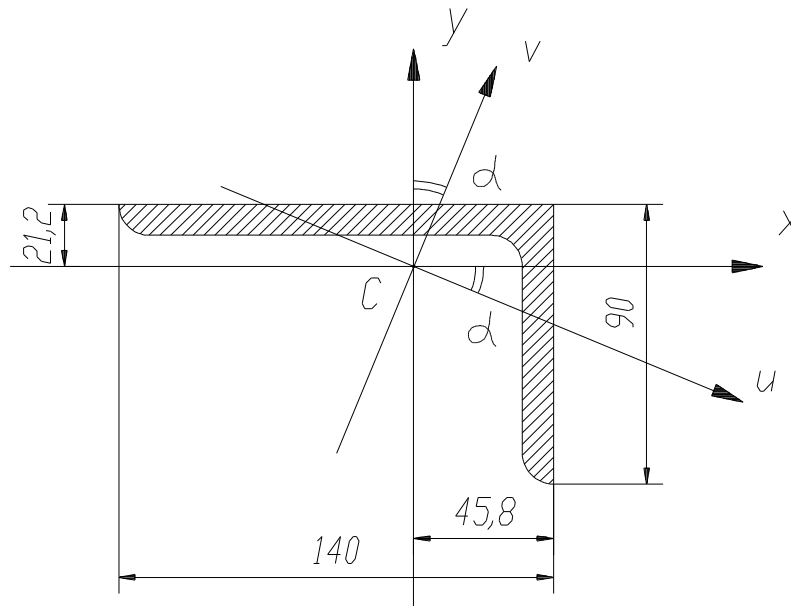


Рис.11

$$J_v = J_x + J_y - J_u = 146 + 444 - 85,5 = 504,5 \text{ см}^4.$$

По формуле (25):

$$J_{xy} = \frac{J_u - J_v}{2} \sin 2\alpha + J_{uv} \cos 2\alpha .$$

$$J_{xy} = \frac{85,5 - 504,5}{2} \sin(2 \cdot 22,24^\circ) = -146,8 \text{ см}^4.$$

Пример 5. Вычислить главные центральные моменты инерции и главные радиусы инерции сечения (рис.12).

Решение. Определяем координаты центра тяжести, для чего проводим вспомогательные оси x' и y' и разбиваем сечение на две фигуры: швеллер (I) и уголок (II), для которых все необходимые данные находим в таблицах сортамента.

| Фигура | Площадь сечения, $A, \text{ см}^2$ | Положение центра тяжести | | Моменты инерции относительно собственных центральных осей, см^4 | |
|------------------|------------------------------------|--------------------------|-------------------|---------------------------------------------------------------------------|--------------|
| | | $x_o, \text{ см}$ | $y_o, \text{ см}$ | горизонтальной | вертикальной |
| Швеллер № 20а | 25,2 | 2,28 | – | 1670 | 139 |
| Уголок 140×90×10 | 22,2 | 4,58 | 2,12 | 146 | 444 |

Координаты центра тяжести сечения определяем по формулам:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2};$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2},$$

где A_1 – площадь первой фигуры (швеллера);

A_2 – площадь второй фигуры (уголка);

x_1 – расстояние от оси y' до центра тяжести швеллера;

x_2 – расстояние от оси y' до центра тяжести уголка;

y_1 – расстояние от оси x' до центра тяжести швеллера;

y_2 – расстояние от оси x' до центра тяжести уголка.

$$x_1 = 14 + 2,28 = 16,28 \text{ см},$$

$$x_2 = 14 - 4,58 = 9,42 \text{ см},$$

$$y_1 = 10 \text{ см},$$

$$y_2 = 20 - 2,12 = 17,88 \text{ см},$$

$$x_c = \frac{25,2 \cdot 16,28 + 22,2 \cdot 9,42}{25,2 + 22,2} = 13,07 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{25,2 \cdot 10 + 22,2 \cdot 17,88}{25,2 + 22,2} = 13,69 \text{ см}.$$

По этим данным наносим точку C — центр тяжести сечения и проводим вертикальную и горизонтальную центральные оси x_c и y_c .

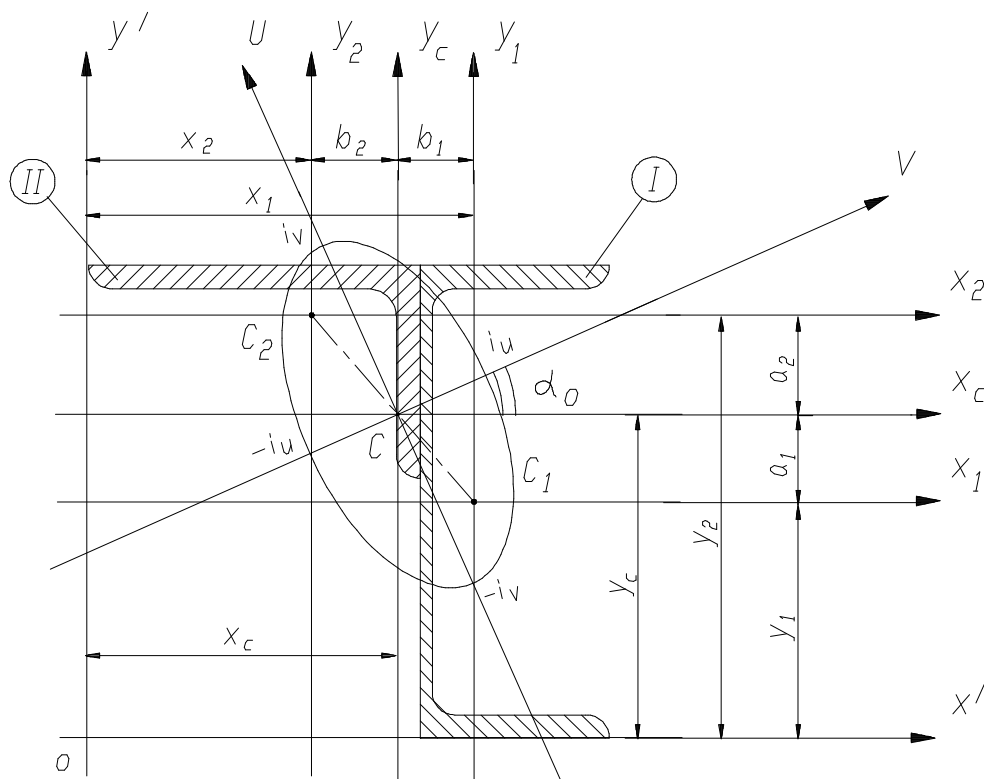


Рис.12

Вычисляем моменты инерции относительно этих осей:

$$J_{x_c} = J_{x_c}^I + J_{x_c}^{II},$$

$$J_{y_c} = J_{y_c}^I + J_{y_c}^{II}.$$

Для вычисления момента инерции швеллера $J_{x_c}^I$ используем формулу (10):

$$J_{x_c}^I = 1670 + (-3,69)^2 \cdot 25,2 = 2013 \text{ см}^4,$$

где $J_{x_1} = 1670 \text{ см}^4$ – момент инерции швеллера относительно собственной центральной оси x_1 ;

$A_1 = 25,2 \text{ см}^2$ – площадь сечения швеллера;

$a_1 = 10 - 13,69 = -3,69 \text{ см}$ – координата центра тяжести швеллера по оси y_c .

Аналогично находим момент инерции уголка

$$J_{x_c}^{II} = 146 + (4,19)^2 \cdot 22,2 = 536 \text{ см}^4,$$

где $J_{x_2} = 146 \text{ см}^4$ – момент инерции уголка относительно собственной центральной оси x_2 ;

$A_2 = 22,2 \text{ см}^2$ – площадь сечения уголка;

$a_2 = 17,88 - 13,69 = 4,19 \text{ см}$ – координата центра тяжести уголка по оси y_c .

Суммарный момент инерции сечения относительно оси x_c равен

$$J_{x_c} = 2013 + 536 = 2549 \text{ см}^4.$$

Точно так же вычисляем момент инерции сечения относительно оси y_c .

Для швеллера

$$J_{y_c}^I = 139 + (3,21)^2 \cdot 25,2 = 399 \text{ см}^4,$$

где $b_1 = 16,28 - 13,07 = 3,21 \text{ см}$ – координата центра тяжести швеллера по оси x_c .

Для уголка

$$J_{y_c}^{II} = 444 + (-3,65)^2 \cdot 22,2 = 740 \text{ см}^4,$$

где $b_2 = 9,42 - 13,07 = -3,65 \text{ см}$ – координата центра тяжести уголка по оси x_c .

Суммарный момент инерции сечения относительно оси y_c равен

$$J_{y_c} = 399 + 740 = 1139 \text{ см}^4.$$

Вычисляем центробежный момент инерции сечения относительно осей x_c и y_c .

Для этого воспользуемся формулой (33). Так как швеллер имеет горизонтальную ось симметрии x_1 , то собственные центральные оси швеллера x_1 и y_1 являются главными осями, и поэтому первое слагаемое в формуле (33) для швеллера равно нулю.

Для уголка собственные центральные оси, параллельные осям x_c и y_c , т.е. оси x_2 и y_2 , не являются главными осями, поэтому первое слагаемое в формуле (33) для уголка не равно нулю. Его следует вычислить так же, как это было

сделано в примере 4. Там было получено значение центробежного момента инерции такого же уголка относительно осей x и y , равное $J_{xy} = -146,8 \text{ см}^4$.

Следовательно, центробежный момент инерции всего сечения будет равен

$$J_{x_c y_c} = [0 + (-3,69)(3,21) \cdot 25,2] + [-146,8 + (4,19)(-3,65) \cdot 22,2] = -785 \text{ см}^4.$$

Определяем положение главных центральных осей по формуле (28):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha_o &= -\frac{2J_{x_c y_c}}{J_{x_c} - J_{y_c}} = -\frac{2 \cdot (-785)}{2549 - 1139} = 1,113, \\ \alpha_o &= 24,03^\circ. \end{aligned}$$

Отложим этот угол (против часовой стрелки) и проведем главные центральные оси u и v . Если бы α_o получился со знаком «минус», то главные центральные оси были бы повернуты относительно осей x_c и y_c по ходу часовой стрелки.

Вычисляем главные центральные моменты инерции по формуле (29)

$$J_{\frac{\max}{\min}} = \frac{2549 + 1139}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(2549 - 1139)^2 + 4 \cdot (-785)^2} = 1844 \pm 1055.$$

Следовательно,

$$J_v = J_{\max} = 2899 \text{ см}^4, \quad J_u = J_{\min} = 789 \text{ см}^4.$$

Находим главные радиусы инерции по формулам (31):

$$i_v = i_{\max} = \sqrt{\frac{2899}{47,4}} = 7,82 \text{ см}, \quad i_u = i_{\min} = \sqrt{\frac{789}{47,4}} = 4,08 \text{ см}.$$

По найденным значениям радиусов инерции строим эллипс инерции (рис. 12).

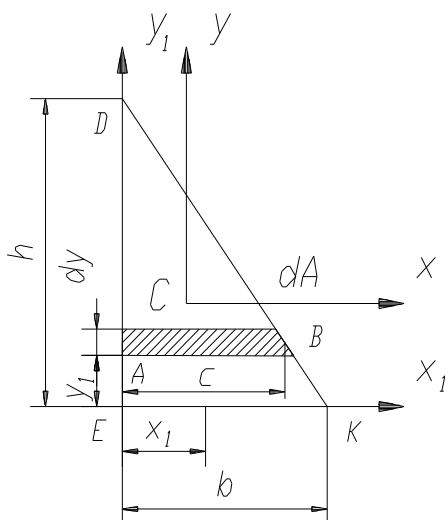


Рис. 13

Пример 6. Определить центробежный момент инерции прямоугольного треугольника относительно осей, совпадающих с его катетами (рис.13).

Решение. Центробежный момент вычисляем по формуле

$$J_{x_1 y_1} = \int_A x_1 y_1 dA.$$

За элементарную площадь примем площадь полоски AB

$$dA = c \cdot dy.$$

Абсцисса x_1 центра тяжести полоски AB равна

$$x_1 = \frac{c}{2}.$$

Но из условия подобия треугольников DEK и DAB следует

$$c = \frac{b}{h} (h - y_1).$$

Таким образом,

$$J_{x_1y_1} = \frac{b^2}{2h^2} \int_0^h (h - y_1)^2 y_1 dy = \frac{b^2 h^2}{24}.$$

Для определения центробежного момента инерции относительно центральных осей воспользуемся формулой (33)

$$J_{xy} = J_{x_1y_1} - A \frac{h}{3} \cdot \frac{b}{3} = -\frac{b^2 h^2}{72}.$$

10. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭВМ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЕЧЕНИЙ

Для контроля правильности выполнения студентами расчетно – проектировочной работы разработана учебная программа «ГЕОМ.ЕХЕ», позволяющая контролировать правильность определения геометрических характеристик плоских сечений, составленных из прокатных профилей: равнобокий и неравнобокий уголки, двутавр, швеллер, лист.

Программа работает в диалоговом режиме, все обозначения соответствуют общепринятым, на экране дисплея выполняется прорисовка всех профилей с необходимыми осями и размерами. Поэтому для работы с программой не требуется каких-либо специальных инструкций.

Перед обращением к программе необходимо самостоятельно вычислить все геометрические характеристики.

Рассмотрим ввод исходных данных в программу для сечения, приведенного в примере 5.

1. Первоначально программа запрашивает число элементов, из которых состоит сечение. В нашем случае их 2 (швеллер и уголок).

2. Затем программа предлагает выбрать из пяти графических объектов, нарисованных на экране дисплея, элемент № 1. Пусть это будет швеллер; вводим индекс элемента – цифру 4.

3. На экране появляются 4 швеллера, по-разному ориентированных относительно осей координат. Выбираем нужное нам расположение – вводим цифру 2.

4. В результате вы увидите на экране швеллер, нужным образом ориентированный относительно осей. В соответствующих полях ввода необходимо ввести все его геометрические характеристики, взятые по сортаменту. Особо следует обратить внимание на две величины X_c и Y_c . Это координаты центра тяжести швеллера в любой вспомогательной системе координат, например, x' , y' (см. рис.12).

5. После ввода характеристик швеллера мы снова увидим экран, на котором изображены 5 графических объектов (равнобокий и неравнобокий уголки, двутавр, швеллер, лист). Программа предлагает выбрать элемент № 2. В

данном примере – это неравнобокий уголок. Вводим индекс этого элемента – цифру 1.

6. На экране появляются 8 уголков различно расположенных относительно координатных осей, нужное нам расположение находится под цифрой 7.

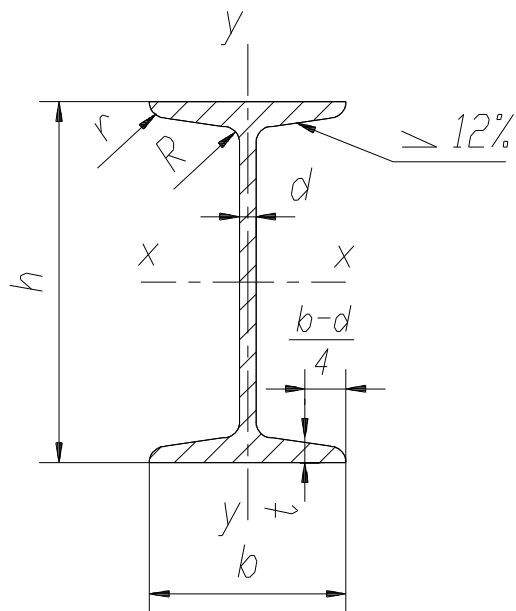
7. После этого на экране будет изображен уголок со всеми необходимыми осями и размерами. Все найденные ранее по сортаменту геометрические характеристики необходимо ввести в соответствующие поля ввода. Снова обратим внимание на величины X_c и Y_c – это координаты центра тяжести уголка во вспомогательной системе координат, в которой вводили координаты центра тяжести швеллера.

8. Далее на экране вы увидите рисунок, аналогичный рис.12 (сечение с осями и эллипсом инерции). А программа запрашивает ваши результаты вычислений, выполненных вручную. Если разность ваших результатов расчета и результатов, вычисленных компьютером, превышает 5%, то это квалифицируется как ошибка, и программа завершает свою работу. Если все ваши вычисления проделаны правильно, то окончательно на экране дисплея вы увидите ваше сечение с осями и эллипсом инерции, а также все более точные геометрические характеристики, вычисленные компьютером.

-
1. Степин П.А. Сопротивление материалов: Учеб. для машиностроит. спец. вузов. 8-е изд. М.: Высш. шк., 1988. 367 с.: ил.
 2. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. М.: Высш. шк., 1995. 560 с.: ил.
 3. Сопротивление материалов / Под ред. акад. АН УССР Писаренко Г.С. 5-е изд. К.: Вища шк. Головное изд-во, 1986. 775 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ



Балки двутавровые (по ГОСТ 8239 – 72)

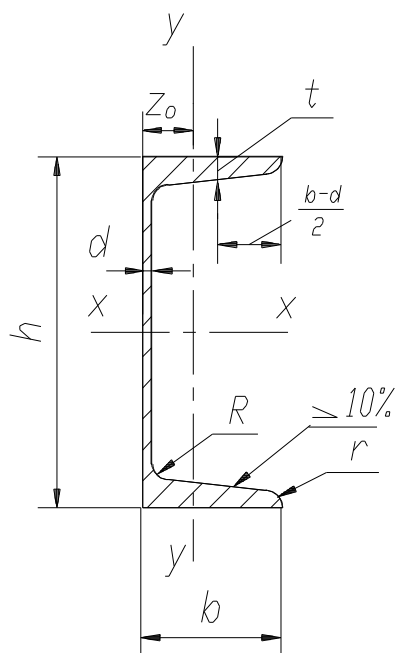
Обозначения:

h – высота балки;
 b – ширина полки;
 d – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;

J – момент инерции;
 W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;
 S – статический момент полусечения.

| № профиля | Размеры, мм | | | | Площадь сечения $A, \text{ см}^2$ | $J_x, \text{ см}^4$ | $W_x, \text{ см}^3$ | $i_x, \text{ см}$ | $S_x, \text{ см}^3$ | $J_y, \text{ см}^4$ | $W_y, \text{ см}^3$ | $i_y, \text{ см}$ | Масса 1 м, кг |
|-----------|-------------|-----|-----|-----|--------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------|------------------|
| | h | b | d | t | | | | | | | | | |
| 10 | 100 | 55 | 4,5 | 7,2 | 12,0 | 198 | 39,7 | 4,06 | 23,0 | 17,9 | 6,49 | 1,22 | 9,46 |
| 12 | 120 | 64 | 4,8 | 7,3 | 14,7 | 350 | 58,4 | 4,88 | 33,7 | 27,9 | 8,72 | 1,38 | 11,5 |
| 14 | 140 | 73 | 4,9 | 7,5 | 17,4 | 572 | 81,7 | 5,73 | 46,8 | 41,9 | 11,5 | 1,55 | 13,7 |
| 16 | 160 | 81 | 5,0 | 7,8 | 20,2 | 873 | 109 | 6,57 | 62,3 | 58,6 | 14,5 | 1,70 | 15,9 |
| 18 | 180 | 90 | 5,1 | 8,1 | 23,4 | 1290 | 143 | 7,42 | 81,4 | 82,6 | 18,4 | 1,88 | 18,4 |
| 18a | 180 | 100 | 5,1 | 8,3 | 25,4 | 1430 | 159 | 7,51 | 89,8 | 114 | 22,8 | 2,12 | 19,9 |
| 20 | 200 | 100 | 5,2 | 8,4 | 26,8 | 1840 | 184 | 8,28 | 104 | 115 | 23,1 | 2,07 | 21,0 |
| 20a | 200 | 110 | 5,2 | 8,6 | 28,9 | 2030 | 203 | 8,37 | 114 | 155 | 28,2 | 2,32 | 22,7 |

| | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|------|------|------|--------|------|------|------|------|------|------|------|
| 22 | 220 | 110 | 5,4 | 8,7 | 30,6 | 2550 | 232 | 9,13 | 131 | 157 | 28,6 | 2,27 | 24,0 |
| 22a | 220 | 120 | 5,4 | 8,9 | 32,8 | 2790 | 254 | 9,22 | 143 | 206 | 34,3 | 2,50 | 25,8 |
| 24 | 240 | 115 | 5,6 | 9,5 | 34,8 | 3460 | 289 | 9,97 | 163 | 198 | 34,5 | 2,37 | 27,3 |
| 24a | 240 | 125 | 5,6 | 9,8 | 37,5 | 3800 | 317 | 10,1 | 178 | 260 | 41,6 | 2,63 | 29,4 |
| 27 | 270 | 125 | 6,0 | 9,8 | 40,2 | 5010 | 371 | 11,2 | 210 | 260 | 41,5 | 2,54 | 31,5 |
| 27a | 270 | 135 | 6,0 | 10,2 | 43,2 | 5500 | 407 | 11,3 | 229 | 337 | 50,0 | 2,80 | 33,9 |
| 30 | 300 | 135 | 6,5 | 10,2 | 46,5 | 7080 | 472 | 12,3 | 268 | 337 | 49,9 | 2,69 | 36,5 |
| 30a | 300 | 145 | 6,5 | 10,7 | 49,9 | 7780 | 518 | 12,5 | 292 | 436 | 60,1 | 2,95 | 39,2 |
| 33 | 330 | 140 | 7,0 | 11,2 | 53,8 | 9840 | 597 | 13,5 | 339 | 419 | 59,9 | 2,79 | 42,2 |
| 36 | 360 | 145 | 7,5 | 12,3 | 61,9 | 13380 | 743 | 14,7 | 423 | 516 | 71,1 | 2,89 | 48,6 |
| 40 | 400 | 155 | 8,0 | 13,0 | 71,4 | 18930 | 947 | 16,3 | 540 | 666 | 85,9 | 3,05 | 56,1 |
| 45 | 450 | 160 | 8,6 | 14,2 | 83,0 | 27450 | 1220 | 18,2 | 699 | 807 | 101 | 3,12 | 65,2 |
| 50 | 500 | 170 | 9,5 | 15,2 | 97,8 | 39290 | 1570 | 20,0 | 905 | 1040 | 122 | 3,26 | 76,8 |
| 55 | 550 | 180 | 10,3 | 16,5 | 114 | 55150 | 2000 | 22,0 | 1150 | 1350 | 150 | 3,44 | 89,8 |
| 60 | 600 | 190 | 11,1 | 17,8 | 132 | 75450 | 2510 | 23,9 | 1450 | 1720 | 181 | 3,60 | 104 |
| 65 | 650 | 200 | 12,0 | 19,2 | 153 | 101400 | 3120 | 25,8 | 1800 | 2170 | 217 | 3,77 | 120 |
| 70 | 700 | 210 | 13,0 | 20,8 | 176 | 134600 | 3840 | 27,7 | 2230 | 2730 | 260 | 3,94 | 138 |
| 70a | 700 | 210 | 15,0 | 24,0 | 202 | 152700 | 4360 | 27,5 | 2550 | 3240 | 309 | 4,01 | 158 |
| 70b | 700 | 210 | 17,5 | 28,2 | 234 | 175370 | 5010 | 27,4 | 2940 | 3910 | 373 | 4,09 | 184 |



Швеллеры (по ГОСТ 8240 – 72)

Обозначения:

h – высота швеллера;

b – ширина полки;

d – толщина стенки;

t – средняя толщина полки;

z_o – расстояние от оси y до наружной грани стенки.

J – момент инерции;

W – момент сопротивления;

i – радиус инерции;

S – статический момент полусечения;

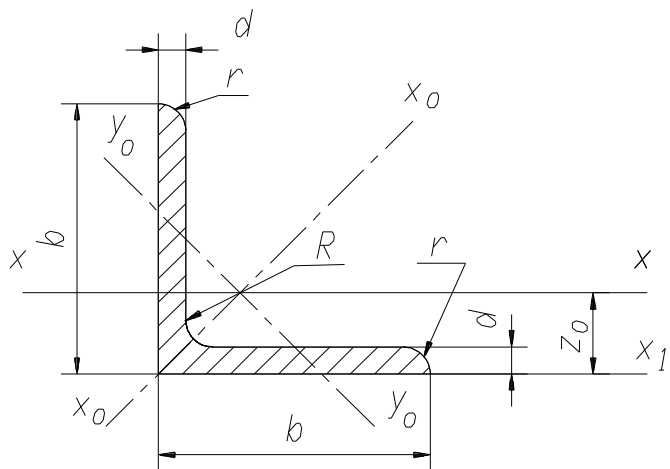
| № профиля | Размеры, мм | | | | Площадь сечения $A, \text{см}^2$ | $J_x, \text{см}^4$ | $W_x, \text{см}^3$ | $i_x, \text{см}$ | $S_x, \text{см}^3$ | $J_y, \text{см}^4$ | $W_y, \text{см}^3$ | $i_y, \text{см}$ | $z_o, \text{см}$ | Масса 1 м, кг |
|-----------|-------------|-----|-----|-----|-------------------------------------|--------------------|--------------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|------------------|------------------|
| | h | b | d | t | | | | | | | | | | |
| 5 | 50 | 32 | 4,4 | 7,0 | 6,16 | 22,8 | 9,10 | 1,92 | 5,59 | 5,61 | 2,75 | 0,954 | 1,16 | 4,84 |
| 6,5 | 65 | 36 | 4,4 | 7,2 | 7,51 | 48,6 | 15,0 | 2,54 | 9,00 | 8,70 | 3,68 | 1,08 | 1,24 | 5,90 |
| 8 | 80 | 40 | 4,5 | 7,4 | 8,98 | 89,4 | 22,4 | 3,16 | 13,3 | 12,8 | 4,75 | 1,19 | 1,31 | 7,05 |
| 10 | 100 | 46 | 4,5 | 7,6 | 10,9 | 174 | 34,8 | 3,99 | 20,4 | 20,4 | 6,46 | 1,37 | 1,44 | 8,59 |
| 12 | 120 | 52 | 4,8 | 7,8 | 13,3 | 304 | 50,6 | 4,78 | 29,6 | 31,2 | 8,52 | 1,53 | 1,54 | 10,4 |
| 14 | 140 | 58 | 4,9 | 8,1 | 15,6 | 491 | 70,2 | 5,60 | 40,8 | 45,4 | 11,0 | 1,70 | 1,67 | 12,3 |
| 14а | 140 | 62 | 4,9 | 8,7 | 17,0 | 545 | 77,8 | 5,66 | 45,1 | 57,5 | 13,3 | 1,84 | 1,87 | 13,3 |
| 16 | 160 | 64 | 5,0 | 8,4 | 18,1 | 747 | 93,4 | 6,42 | 54,1 | 63,3 | 13,8 | 1,87 | 1,80 | 14,2 |

| | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|------|------|-------|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| 16a | 160 | 68 | 5,0 | 9,0 | 19,5 | 823 | 103 | 6,49 | 59,4 | 78,8 | 16,4 | 2,01 | 2,00 | 15,3 |
| 18 | 180 | 70 | 5,1 | 8,7 | 20,7 | 1090 | 121 | 7,24 | 69,8 | 86,0 | 17,0 | 2,04 | 1,94 | 16,3 |
| 18a | 180 | 74 | 5,1 | 9,3 | 22,2 | 1190 | 132 | 7,32 | 76,1 | 105 | 20,0 | 2,18 | 2,13 | 17,4 |
| 20 | 200 | 76 | 5,2 | 9,0 | 23,4 | 1520 | 152 | 8,07 | 87,8 | 113 | 20,5 | 2,20 | 2,07 | 18,4 |
| 20a | 200 | 80 | 5,2 | 9,7 | 25,2 | 1670 | 167 | 8,15 | 95,9 | 139 | 24,2 | 2,35 | 2,28 | 19,8 |
| 22 | 220 | 82 | 5,4 | 9,5 | 26,7 | 2110 | 192 | 8,89 | 110 | 151 | 25,1 | 2,37 | 2,21 | 21,0 |
| 22a | 220 | 87 | 5,4 | 10,2 | 28,8 | 2330 | 212 | 8,99 | 121 | 187 | 30,0 | 2,55 | 2,46 | 22,6 |
| 24 | 240 | 90 | 5,6 | 10,0 | 30,6 | 2900 | 242 | 9,73 | 139 | 208 | 31,6 | 2,60 | 2,42 | 24,0 |
| 24a | 240 | 95 | 5,6 | 10,7 | 32,9 | 3180 | 265 | 9,84 | 151 | 254 | 37,2 | 2,78 | 2,67 | 25,8 |
| 27 | 270 | 95 | 6,0 | 10,5 | 35,2 | 4160 | 308 | 10,9 | 178 | 262 | 37,3 | 2,73 | 2,47 | 27,7 |
| 30 | 300 | 100 | 6,5 | 11,0 | 40,5 | 5810 | 387 | 12,0 | 224 | 327 | 43,6 | 2,84 | 2,52 | 31,8 |
| 33 | 330 | 105 | 7,0 | 11,7 | 46,5 | 7980 | 484 | 13,1 | 281 | 410 | 51,8 | 2,97 | 2,59 | 36,5 |
| 36 | 360 | 110 | 7,5 | 12,6 | 53,4 | 10820 | 601 | 14,2 | 350 | 513 | 61,7 | 3,10 | 2,68 | 41,9 |
| 40 | 400 | 115 | 8,0 | 13,5 | 61,5 | 15220 | 761 | 15,7 | 444 | 642 | 73,4 | 3,23 | 2,75 | 48,3 |

Уголки равнобокие (по ГОСТ 8509 – 72)

Обозначения:

- b – ширина полки;
- d – толщина полки;
- J – момент инерции;
- i – радиус инерции;
- z_o – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.

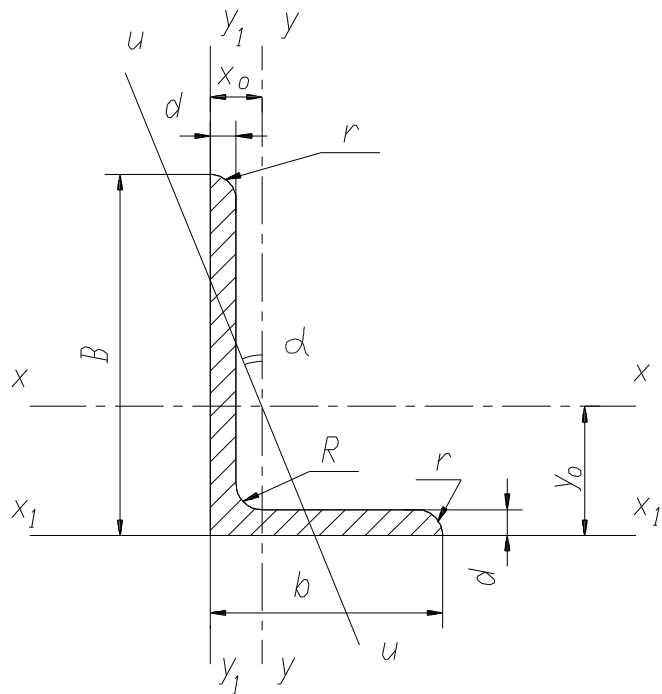


| № профиля | Размеры, мм | | Площадь сечения $A, \text{см}^2$ | $J_x, \text{см}^4$ | $i_x, \text{см}$ | $J_{x_0 \text{ макс.}}, \text{см}^4$ | $i_{x_0 \text{ макс.}}, \text{см}$ | $J_{y_0 \text{ мин.}}, \text{см}^4$ | $i_{y_0 \text{ мин.}}, \text{см}$ | $J_{x_1}, \text{см}^4$ | $z_o, \text{см}$ | Масса 1 м, кг |
|-----------|-------------|-----|-------------------------------------|--------------------|------------------|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|------------------------|------------------|------------------|
| | b | d | | | | | | | | | | |
| 2 | 20 | 3 | 1,13 | 0,40 | 0,59 | 0,63 | 0,75 | 0,17 | 0,39 | 0,81 | 0,60 | 0,89 |
| | | 4 | 1,46 | 0,50 | 0,58 | 0,78 | 0,73 | 0,22 | 0,38 | 1,09 | 0,64 | 1,15 |
| 2,5 | 25 | 3 | 1,43 | 0,81 | 0,75 | 1,29 | 0,95 | 0,34 | 0,49 | 1,57 | 0,73 | 1,12 |
| | | 4 | 1,86 | 1,03 | 0,74 | 1,62 | 0,93 | 0,44 | 0,48 | 2,11 | 0,76 | 1,46 |
| 2,8 | 28 | 3 | 1,62 | 1,16 | 0,85 | 1,84 | 1,07 | 0,48 | 0,55 | 2,20 | 0,80 | 1,27 |
| 3,2 | 32 | 3 | 1,86 | 1,77 | 0,97 | 2,80 | 1,23 | 0,74 | 0,63 | 3,26 | 0,89 | 1,46 |
| | | 4 | 2,43 | 2,26 | 0,96 | 3,58 | 1,21 | 0,94 | 0,62 | 4,39 | 0,94 | 1,91 |
| 3,6 | 36 | 3 | 2,10 | 2,56 | 1,10 | 4,06 | 1,39 | 1,06 | 0,71 | 4,64 | 0,99 | 1,65 |
| | | 4 | 2,75 | 3,29 | 1,09 | 5,21 | 1,38 | 1,36 | 0,70 | 6,24 | 1,04 | 2,16 |
| 4 | 40 | 3 | 2,35 | 3,55 | 1,23 | 5,63 | 1,55 | 1,47 | 0,79 | 6,35 | 1,09 | 1,85 |
| | | 4 | 3,08 | 4,58 | 1,22 | 7,26 | 1,53 | 1,90 | 0,78 | 8,53 | 1,13 | 2,42 |

| | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 4,5 | 45 | 3 | 2,65 | 5,13 | 1,39 | 8,13 | 1,75 | 2,12 | 0,89 | 9,04 | 1,21 | 2,08 |
| | | 4 | 3,48 | 6,63 | 1,38 | 10,5 | 1,74 | 2,74 | 0,89 | 12,1 | 1,26 | 2,73 |
| | | 5 | 4,29 | 8,03 | 1,37 | 12,7 | 1,72 | 3,33 | 0,88 | 15,3 | 1,30 | 3,37 |
| 5 | 50 | 3 | 2,96 | 7,11 | 1,55 | 11,3 | 1,95 | 2,95 | 1,00 | 12,4 | 1,33 | 2,32 |
| | | 4 | 3,89 | 9,21 | 1,54 | 14,6 | 1,94 | 3,80 | 0,99 | 16,6 | 1,38 | 3,05 |
| | | 5 | 4,80 | 11,2 | 1,53 | 17,8 | 1,92 | 4,63 | 0,98 | 20,9 | 1,42 | 3,77 |
| 5,6 | 56 | 3,5 | 3,86 | 11,6 | 1,73 | 18,4 | 2,18 | 4,80 | 1,12 | 20,3 | 1,50 | 3,03 |
| | | 4 | 4,38 | 13,1 | 1,73 | 20,8 | 2,18 | 5,41 | 1,11 | 23,3 | 1,52 | 3,44 |
| | | 5 | 5,41 | 16,0 | 1,72 | 25,4 | 2,16 | 6,59 | 1,10 | 29,2 | 1,57 | 4,25 |
| 6,3 | 63 | 4 | 4,96 | 18,9 | 1,95 | 29,9 | 2,45 | 7,81 | 1,25 | 33,1 | 1,69 | 3,90 |
| | | 5 | 6,13 | 23,1 | 1,94 | 36,6 | 2,44 | 9,52 | 1,25 | 41,5 | 1,74 | 4,81 |
| | | 6 | 7,28 | 27,1 | 1,93 | 42,9 | 2,43 | 11,2 | 1,24 | 50,0 | 1,78 | 5,72 |
| 7 | 70 | 4,5 | 6,20 | 29,0 | 2,16 | 46,0 | 2,72 | 12,0 | 1,39 | 51,0 | 1,88 | 4,87 |
| | | 5 | 6,86 | 31,9 | 2,16 | 50,7 | 2,72 | 13,2 | 1,39 | 56,7 | 1,90 | 5,38 |
| | | 6 | 8,15 | 37,6 | 2,15 | 59,6 | 2,71 | 15,5 | 1,38 | 68,4 | 1,94 | 6,39 |
| | | 7 | 9,42 | 43,0 | 2,14 | 68,2 | 2,69 | 17,8 | 1,37 | 80,1 | 1,99 | 7,39 |
| | | 8 | 10,7 | 48,2 | 2,13 | 76,4 | 2,68 | 20,0 | 1,37 | 91,9 | 2,02 | 8,37 |
| 7,5 | 75 | 5 | 7,39 | 39,5 | 2,31 | 62,6 | 2,91 | 16,4 | 1,49 | 69,6 | 2,02 | 5,80 |
| | | 6 | 8,78 | 46,6 | 2,30 | 73,9 | 2,90 | 19,3 | 1,48 | 83,9 | 2,06 | 6,89 |
| | | 7 | 10,1 | 53,3 | 2,29 | 84,6 | 2,89 | 22,1 | 1,48 | 98,3 | 2,10 | 7,96 |
| | | 8 | 11,5 | 59,8 | 2,28 | 94,6 | 2,87 | 24,8 | 1,47 | 113 | 2,15 | 9,02 |
| | | 9 | 12,8 | 66,1 | 2,27 | 105 | 2,86 | 27,5 | 1,46 | 127 | 2,18 | 10,1 |
| 8 | 80 | 5,5 | 8,63 | 52,7 | 2,47 | 83,6 | 3,11 | 21,8 | 1,59 | 93,2 | 2,17 | 6,78 |
| | | 6 | 9,38 | 57,0 | 2,47 | 90,4 | 3,11 | 23,5 | 1,58 | 102 | 2,19 | 7,36 |
| | | 7 | 10,8 | 65,3 | 2,45 | 104 | 3,09 | 27,0 | 1,58 | 119 | 2,23 | 8,51 |
| | | 8 | 12,3 | 73,4 | 2,34 | 116 | 3,08 | 30,3 | 1,57 | 137 | 2,27 | 9,65 |

| № профиля | Размеры, мм | | Площадь сечения $A, \text{см}^2$ | $J_x, \text{см}^4$ | $i_x, \text{см}$ | $J_{x_0 \text{ макс.}}, \text{см}^4$ | $i_{x_0 \text{ макс.}}, \text{см}$ | $J_{y_0 \text{ мин.}}, \text{см}^4$ | $i_{y_0 \text{ мин.}}, \text{см}$ | $J_{x_I}, \text{см}^4$ | $z_0, \text{см}$ | Масса 1 м, кг |
|--------------|-------------|-----|----------------------------------------|--------------------|------------------|--------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|------------------------|------------------|------------------|
| | b | d | | | | | | | | | | |
| 9 | 90 | 6 | 10,6 | 82,1 | 2,78 | 130 | 3,50 | 34,0 | 1,79 | 145 | 2,43 | 8,33 |
| | | 7 | 12,3 | 94,3 | 2,77 | 150 | 3,49 | 38,9 | 1,78 | 169 | 2,47 | 9,64 |
| | | 8 | 13,9 | 106 | 2,76 | 168 | 3,48 | 43,8 | 1,77 | 194 | 2,51 | 10,9 |
| | | 9 | 15,6 | 118 | 2,75 | 186 | 3,46 | 48,6 | 1,77 | 219 | 2,55 | 12,2 |
| 10 | 100 | 6,5 | 12,8 | 122 | 3,09 | 193 | 3,88 | 50,7 | 1,99 | 214 | 2,68 | 10,1 |
| | | 7 | 13,8 | 131 | 3,08 | 207 | 3,88 | 54,2 | 1,98 | 231 | 2,71 | 10,8 |
| | | 8 | 15,6 | 147 | 3,07 | 233 | 3,87 | 60,9 | 1,98 | 265 | 2,75 | 12,2 |
| | | 10 | 19,2 | 179 | 3,05 | 284 | 3,84 | 74,1 | 1,96 | 333 | 2,83 | 15,1 |
| | | 12 | 22,8 | 209 | 3,03 | 331 | 3,81 | 86,9 | 1,95 | 402 | 2,91 | 17,9 |
| | | 14 | 26,3 | 237 | 3,00 | 375 | 3,78 | 99,3 | 1,94 | 472 | 2,99 | 20,6 |
| 11 | 110 | 7 | 15,2 | 176 | 3,40 | 279 | 4,29 | 72,7 | 2,19 | 308 | 2,96 | 11,9 |
| | | 8 | 17,2 | 198 | 3,39 | 315 | 4,28 | 81,8 | 2,18 | 353 | 3,00 | 13,5 |
| 12,5 | 125 | 8 | 19,7 | 294 | 3,37 | 467 | 4,87 | 122 | 2,49 | 516 | 3,36 | 15,5 |
| | | 9 | 22,0 | 327 | 3,86 | 520 | 4,86 | 135 | 2,48 | 582 | 3,40 | 17,3 |
| | | 10 | 24,3 | 360 | 3,85 | 571 | 4,84 | 149 | 2,47 | 649 | 3,45 | 19,1 |
| | | 12 | 28,9 | 422 | 3,82 | 670 | 4,82 | 174 | 2,46 | 782 | 3,53 | 22,7 |
| | | 14 | 33,4 | 482 | 3,80 | 764 | 4,78 | 200 | 2,45 | 916 | 3,61 | 26,2 |
| 14 | 140 | 9 | 24,7 | 466 | 4,34 | 739 | 5,47 | 192 | 2,79 | 818 | 3,78 | 19,4 |
| | | 10 | 27,3 | 512 | 4,33 | 814 | 5,46 | 211 | 2,78 | 911 | 3,82 | 21,5 |
| | | 12 | 32,5 | 602 | 4,31 | 957 | 5,43 | 248 | 2,76 | 1097 | 3,90 | 25,5 |

| | | | | | | | | | | | | |
|----|-----|----|-------|------|------|-------|------|------|------|-------|------|-------|
| 16 | 160 | 10 | 31,4 | 774 | 4,96 | 1229 | 6,25 | 319 | 3,19 | 1356 | 4,30 | 24,7 |
| | | 11 | 34,4 | 844 | 4,95 | 1341 | 6,24 | 348 | 3,18 | 1494 | 4,35 | 27,0 |
| | | 12 | 37,4 | 913 | 4,94 | 1450 | 6,23 | 376 | 3,17 | 1633 | 4,39 | 29,4 |
| | | 14 | 43,3 | 1046 | 4,92 | 1662 | 6,20 | 431 | 3,16 | 1911 | 4,47 | 34,0 |
| | | 16 | 49,1 | 1175 | 4,89 | 1866 | 6,17 | 485 | 3,14 | 2191 | 4,55 | 38,5 |
| | | 18 | 54,8 | 1299 | 4,87 | 2061 | 6,13 | 537 | 3,13 | 2472 | 4,63 | 43,0 |
| | | 20 | 60,4 | 1419 | 4,85 | 2248 | 6,10 | 589 | 3,12 | 2756 | 4,70 | 47,4 |
| 18 | 180 | 11 | 38,8 | 1216 | 5,60 | 1933 | 7,06 | 500 | 3,59 | 2128 | 4,85 | 30,5 |
| | | 12 | 42,2 | 1317 | 5,59 | 2093 | 7,04 | 540 | 3,58 | 2324 | 4,89 | 33,1 |
| 20 | 200 | 12 | 47,1 | 1823 | 6,22 | 2896 | 7,84 | 749 | 3,99 | 3182 | 5,37 | 37,0 |
| | | 13 | 50,9 | 1961 | 6,21 | 3116 | 7,83 | 805 | 3,98 | 3452 | 5,42 | 39,9 |
| | | 14 | 54,6 | 2097 | 6,20 | 3333 | 7,81 | 861 | 3,97 | 3722 | 5,46 | 42,8 |
| | | 16 | 62,0 | 2363 | 6,17 | 3755 | 7,78 | 970 | 3,96 | 4264 | 5,54 | 48,7 |
| | | 20 | 76,5 | 2871 | 6,12 | 4560 | 7,72 | 1182 | 3,93 | 5355 | 5,70 | 60,1 |
| | | 25 | 94,3 | 3466 | 6,06 | 5494 | 7,63 | 1438 | 3,91 | 6733 | 5,89 | 74,0 |
| 22 | 220 | 14 | 60,4 | 2814 | 6,83 | 4470 | 8,60 | 1159 | 4,38 | 4941 | 5,93 | 47,4 |
| | | 16 | 68,6 | 3175 | 6,81 | 5045 | 8,58 | 1306 | 4,36 | 5661 | 6,02 | 53,8 |
| | | 20 | 76,5 | 3466 | 6,06 | 5494 | 7,63 | 1438 | 3,91 | 6733 | 5,89 | 74,0 |
| 25 | 250 | 16 | 78,4 | 4717 | 7,76 | 7492 | 9,78 | 1942 | 4,98 | 8286 | 6,75 | 61,5 |
| | | 18 | 87,7 | 5247 | 7,73 | 8337 | 9,75 | 2158 | 4,96 | 9342 | 6,83 | 68,9 |
| | | 20 | 97,0 | 5765 | 7,71 | 9160 | 9,72 | 2370 | 4,94 | 10401 | 6,91 | 76,1 |
| | | 22 | 106,1 | 6270 | 7,69 | 9961 | 9,69 | 2579 | 4,93 | 11464 | 7,00 | 83,3 |
| | | 25 | 119,7 | 7006 | 7,65 | 11125 | 9,64 | 2887 | 4,91 | 13064 | 7,11 | 94,0 |
| | | 28 | 133,1 | 7717 | 7,61 | 12244 | 9,59 | 3190 | 4,89 | 14674 | 7,23 | 104,5 |
| | | 30 | 142,0 | 8177 | 7,59 | 12965 | 9,56 | 3389 | 4,89 | 14753 | 7,31 | 111,4 |



Уголки неравнобокие (по ГОСТ 8510 – 72)

Обозначения:

- B – ширина большей полки;
- b – ширина меньшей полки;
- d – толщина полки;
- J – момент инерции;
- i – радиус инерции;
- x_0, y_0 – расстояние от центра тяжести до наружных граней полок.

| № профиля | Размеры, мм | | | Площадь сечения $A, \text{см}^2$ | $J_x, \text{см}^4$ | $i_x, \text{см}$ | $J_y, \text{см}^4$ | $i_y, \text{см}$ | J_u мин., см^4 | i_u мин., см | Угол наклона на оси $u, \text{tg } \alpha$ | $J_{x1}, \text{см}^4$ | $J_{y1}, \text{см}^4$ | $x_0, \text{см}$ | $y_0, \text{см}$ | Масса 1 м, кг |
|-----------|-------------|-----|-----|-------------------------------------|--------------------|------------------|--------------------|------------------|---------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|------------------|------------------|
| | B | b | d | | | | | | | | | | | | | |
| 2,5/1,6 | 25 | 16 | 3 | 1,16 | 0,70 | 0,78 | 0,22 | 0,44 | 0,13 | 0,34 | 0,392 | 1,56 | 0,43 | 0,42 | 0,86 | 0,91 |
| | | | 4 | 1,49 | 1,52 | 1,01 | 0,46 | 0,55 | 0,28 | 0,43 | 0,382 | 3,26 | 0,82 | 0,49 | 1,08 | 1,17 |
| 3,2/2 | 32 | 20 | 3 | 1,94 | 1,93 | 1,00 | 0,57 | 0,54 | 0,35 | 0,43 | 0,374 | 4,38 | 1,12 | 0,53 | 1,12 | 1,52 |
| | | | 4 | 1,89 | 3,06 | 1,27 | 0,93 | 0,70 | 0,56 | 0,54 | 0,385 | 6,37 | 1,58 | 0,59 | 1,32 | 1,48 |
| 4/2,5 | 40 | 25 | 3 | 2,47 | 3,93 | 1,26 | 1,18 | 0,69 | 0,71 | 0,54 | 0,381 | 8,53 | 2,15 | 0,63 | 1,37 | 1,94 |
| | | | 4 | 2,14 | 4,41 | 1,43 | 1,32 | 0,79 | 0,79 | 0,61 | 0,382 | 9,02 | 2,20 | 0,64 | 1,47 | 1,68 |
| 4,5/2,8 | 45 | 28 | 3 | 2,80 | 5,68 | 1,42 | 1,69 | 0,78 | 1,02 | 0,60 | 0,379 | 12,1 | 2,98 | 0,68 | 1,51 | 2,20 |
| | | | 4 | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-----|----|-----|-------|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|
| 5/3,2 | 50 | 32 | 3 | 2,42 | 6,17 | 1,60 | 1,99 | 0,91 | 1,18 | 0,70 | 0,403 | 12,4 | 3,26 | 0,72 | 1,60 | 1,90 |
| | | | 4 | 3,17 | 7,98 | 1,59 | 2,56 | 0,90 | 1,52 | 0,69 | 0,401 | 16,6 | 4,42 | 0,76 | 1,65 | 2,49 |
| 5,6/3,6 | 56 | 36 | 3,5 | 3,16 | 10,1 | 1,79 | 3,30 | 1,02 | 1,95 | 0,79 | 0,407 | 20,3 | 5,43 | 0,82 | 1,80 | 2,48 |
| | | | 4 | 3,58 | 11,4 | 1,78 | 3,70 | 1,02 | 2,19 | 0,78 | 0,406 | 23,2 | 6,25 | 0,84 | 1,82 | 2,81 |
| | | | 5 | 4,41 | 13,8 | 1,77 | 4,48 | 1,01 | 2,66 | 0,78 | 0,404 | 29,2 | 7,91 | 0,88 | 1,86 | 3,46 |
| 6,3/4 | 63 | 40 | 4 | 4,04 | 16,3 | 2,01 | 5,16 | 1,13 | 3,07 | 0,87 | 0,397 | 33,0 | 8,51 | 0,91 | 2,03 | 3,17 |
| | | | 5 | 4,98 | 19,9 | 2,00 | 6,26 | 1,12 | 3,73 | 0,86 | 0,396 | 41,4 | 10,8 | 0,95 | 2,08 | 3,91 |
| | | | 6 | 5,90 | 23,3 | 1,99 | 7,28 | 1,11 | 4,36 | 0,86 | 0,393 | 49,9 | 13,1 | 0,99 | 2,12 | 4,63 |
| | | | 8 | 7,68 | 29,6 | 1,96 | 9,15 | 1,09 | 5,58 | 0,85 | 0,386 | 66,9 | 17,9 | 1,07 | 2,20 | 6,03 |
| 7/4,5 | 70 | 45 | 4,5 | 5,07 | 25,3 | 2,23 | 8,25 | 1,28 | 4,88 | 0,98 | 0,407 | 51,0 | 13,6 | 1,03 | 2,25 | 3,98 |
| | | | 5 | 5,59 | 27,8 | 2,23 | 9,05 | 1,27 | 5,34 | 0,98 | 0,406 | 56,7 | 15,2 | 1,05 | 2,28 | 4,39 |
| 7,5/5 | 75 | 50 | 5 | 6,11 | 34,8 | 2,39 | 12,5 | 1,43 | 7,24 | 1,09 | 0,436 | 69,7 | 20,8 | 1,17 | 2,39 | 4,79 |
| | | | 6 | 7,25 | 40,9 | 2,38 | 14,6 | 1,42 | 8,48 | 1,08 | 0,435 | 83,9 | 25,2 | 1,21 | 2,44 | 5,69 |
| | | | 8 | 9,47 | 52,4 | 2,35 | 18,5 | 1,40 | 10,9 | 1,07 | 0,430 | 112 | 34,2 | 1,29 | 2,52 | 7,43 |
| 8/5 | 80 | 50 | 5 | 6,36 | 41,6 | 2,56 | 12,7 | 1,41 | 7,58 | 1,09 | 0,387 | 84,6 | 20,8 | 1,13 | 2,60 | 4,99 |
| | | | 6 | 7,55 | 49,0 | 2,55 | 14,8 | 1,40 | 8,88 | 1,08 | 0,386 | 102 | 25,2 | 1,17 | 2,65 | 5,92 |
| 9/5,6 | 90 | 56 | 5,5 | 7,86 | 65,3 | 2,88 | 19,7 | 1,58 | 11,8 | 1,22 | 0,384 | 132 | 32,2 | 1,26 | 2,92 | 6,17 |
| | | | 6 | 8,54 | 70,6 | 2,88 | 21,2 | 1,58 | 12,7 | 1,22 | 0,384 | 145 | 35,2 | 1,28 | 2,95 | 6,70 |
| | | | 8 | 11,18 | 90,9 | 2,85 | 27,1 | 1,56 | 16,3 | 1,21 | 0,380 | 194 | 47,8 | 1,36 | 3,04 | 8,77 |
| 10/6,3 | 100 | 63 | 6 | 9,59 | 98,3 | 3,20 | 30,6 | 1,79 | 18,2 | 1,38 | 0,393 | 198 | 49,9 | 1,42 | 3,23 | 7,53 |
| | | | 7 | 11,1 | 113 | 3,19 | 35,0 | 1,78 | 20,8 | 1,37 | 0,392 | 232 | 58,7 | 1,46 | 3,28 | 8,70 |
| | | | 8 | 12,6 | 127 | 3,18 | 39,2 | 1,77 | 23,4 | 1,36 | 0,391 | 266 | 67,6 | 1,50 | 3,32 | 9,78 |
| | | | 10 | 15,5 | 154 | 3,15 | 47,1 | 1,75 | 28,3 | 1,35 | 0,387 | 333 | 85,8 | 1,58 | 3,40 | 12,1 |
| 11/7 | 110 | 70 | 6,5 | 11,4 | 142 | 3,53 | 45,6 | 2,00 | 26,9 | 1,53 | 0,402 | 286 | 74,3 | 1,58 | 3,55 | 8,98 |
| | | | 7 | 12,3 | 152 | 3,52 | 48,7 | 1,99 | 28,8 | 1,53 | 0,402 | 309 | 80,3 | 1,60 | 3,57 | 9,64 |
| | | | 8 | 13,9 | 172 | 3,51 | 54,6 | 1,98 | 32,3 | 1,52 | 0,400 | 353 | 92,3 | 1,64 | 3,61 | 10,9 |
| 12,5/8 | 125 | 80 | 7 | 14,1 | 227 | 4,01 | 73,7 | 2,29 | 43,4 | 1,76 | 0,407 | 452 | 119 | 1,80 | 4,01 | 11,0 |
| | | | 8 | 16,0 | 256 | 4,00 | 83,0 | 2,28 | 48,8 | 1,75 | 0,406 | 518 | 137 | 1,84 | 4,05 | 12,5 |
| | | | 10 | 19,7 | 312 | 3,98 | 100 | 2,26 | 59,3 | 1,74 | 0,404 | 649 | 173 | 1,92 | 4,14 | 15,5 |
| | | | 12 | 23,4 | 365 | 3,95 | 117 | 2,24 | 69,5 | 1,72 | 0,400 | 781 | 210 | 2,00 | 4,22 | 18,3 |

| № профиля | Размеры, мм | | | Площадь сечения $A, \text{см}^2$ | $J_x,$ см^4 | $i_x,$ см | $J_y,$ см^4 | $i_y,$ см | J_u $\text{мин.},$ см^4 | i_u $\text{мин.},$ см | Угол накло на оси $u, \text{tg } \alpha$ | $J_{xI},$ см^4 | $J_{yI},$ см^4 | $x_o,$ см | $y_o,$ см | Масса 1 м, кг |
|--------------|-------------|-----|-----|----------------------------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|------------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------|
| | B | b | d | | | | | | | | | | | | | |
| 14/9 | 140 | 90 | 8 | 18,0 | 364 | 4,49 | 120 | 2,58 | 70,3 | 1,98 | 0,411 | 727 | 204 | 2,03 | 4,49 | 14,1 |
| | | | 10 | 22,2 | 444 | 4,47 | 146 | 2,56 | 85,5 | 1,96 | 0,409 | 911 | 245 | 2,12 | 4,58 | 17,5 |
| 16/10 | 160 | 100 | 9 | 22,9 | 606 | 5,15 | 186 | 2,85 | 110 | 2,20 | 0,391 | 1221 | 300 | 2,23 | 5,19 | 18,0 |
| | | | 10 | 25,3 | 667 | 5,13 | 204 | 2,84 | 121 | 2,19 | 0,390 | 1359 | 335 | 2,28 | 5,23 | 19,8 |
| | | | 12 | 30,0 | 784 | 5,11 | 239 | 2,82 | 142 | 2,18 | 0,388 | 1634 | 405 | 2,36 | 5,32 | 23,6 |
| | | | 14 | 34,7 | 897 | 5,08 | 272 | 2,80 | 162 | 2,16 | 0,385 | 1910 | 477 | 2,43 | 5,40 | 27,3 |
| 18/11 | 180 | 110 | 10 | 28,3 | 952 | 5,80 | 276 | 3,12 | 165 | 2,42 | 0,375 | 1933 | 444 | 2,44 | 5,88 | 22,2 |
| | | | 12 | 33,7 | 1123 | 5,77 | 324 | 3,10 | 194 | 2,40 | 0,374 | 2324 | 537 | 2,52 | 5,97 | 26,4 |
| 20/12,5 | 200 | 125 | 11 | 34,9 | 1449 | 6,45 | 446 | 3,58 | 264 | 2,75 | 0,392 | 2920 | 718 | 2,79 | 6,50 | 27,4 |
| | | | 12 | 37,9 | 1568 | 6,43 | 482 | 3,57 | 285 | 2,74 | 0,392 | 3189 | 786 | 2,83 | 6,54 | 29,7 |
| | | | 14 | 43,9 | 1801 | 6,41 | 551 | 3,54 | 327 | 2,73 | 0,390 | 3726 | 922 | 2,91 | 6,62 | 34,4 |
| | | | 16 | 49,8 | 2026 | 6,38 | 617 | 3,52 | 367 | 2,72 | 0,388 | 4264 | 1061 | 2,99 | 6,71 | 39,1 |
| 25/16 | 250 | 160 | 12 | 48,3 | 3147 | 8,07 | 1032 | 4,62 | 604 | 3,54 | 0,410 | 6212 | 1634 | 3,53 | 7,97 | 37,9 |
| | | | 16 | 63,6 | 4091 | 8,02 | 1333 | 4,58 | 781 | 3,50 | 0,408 | 8308 | 2200 | 3,69 | 8,14 | 49,9 |
| | | | 18 | 71,1 | 4545 | 7,99 | 1475 | 4,56 | 896 | 3,49 | 0,407 | 9358 | 2487 | 3,77 | 8,23 | 55,8 |
| | | | 20 | 78,5 | 4987 | 7,97 | 1613 | 4,53 | 949 | 3,48 | 0,405 | 10410 | 2776 | 3,85 | 8,31 | 61,7 |

Коэффициенты уменьшения основного допускаемого напряжения при расчете на устойчивость

| Гибкость, $l = \frac{m \cdot l}{i_{min}}$ | Коэффициенты φ | | | | Гибкость, $l = \frac{m \cdot l}{i_{min}}$ | Коэффициенты φ | | | |
|----------------------------------------------|-------------------------|-------|-------|--------|----------------------------------------------|-------------------------|-------|-------|--------|
| | Ст. 2 Ст. 3 Ст. 4 | Ст. 5 | Чугун | Дерево | | Ст. 2 Ст. 3 Ст. 4 | Ст. 5 | Чугун | Дерево |
| 0 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 110 | 0,52 | 0,43 | – | 0,25 |
| 10 | 0,99 | 0,98 | 0,97 | 0,99 | 120 | 0,45 | 0,36 | – | 0,22 |
| 20 | 0,96 | 0,95 | 0,91 | 0,97 | 130 | 0,40 | 0,33 | – | 0,18 |
| 30 | 0,94 | 0,92 | 0,81 | 0,93 | 140 | 0,36 | 0,29 | – | 0,16 |
| 40 | 0,92 | 0,89 | 0,69 | 0,87 | 150 | 0,32 | 0,26 | – | 0,14 |
| 50 | 0,89 | 0,86 | 0,57 | 0,80 | 160 | 0,29 | 0,24 | – | 0,12 |
| 60 | 0,86 | 0,82 | 0,44 | 0,71 | 170 | 0,26 | 0,21 | – | 0,11 |
| 70 | 0,81 | 0,76 | 0,34 | 0,60 | 180 | 0,23 | 0,19 | – | 0,10 |
| 80 | 0,75 | 0,70 | 0,26 | 0,48 | 190 | 0,21 | 0,17 | – | 0,09 |
| 90 | 0,69 | 0,62 | 0,20 | 0,38 | 200 | 0,19 | 0,16 | – | 0,08 |
| 100 | 0,60 | 0,51 | 0,16 | 0,31 | | | | | |

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Составители Черногубов Дмитрий Евгеньевич
Чупин Владимир Васильевич

Редактор Н.П. Кубыщенко

| | | |
|-------------------------------|-----------------|-------------------|
| Подписано в печать 23.06.2000 | | Формат 60x84 1/16 |
| Бумага типографская | Офсетная печать | Усл. печ. л. 2,09 |
| Уч.-изд. л. 1,69 | Заказ 223 | Цена «С» |

Издательство УГТУ–УПИ
620002, Екатеринбург, Мира, 19

Ризограф
филиала УГТУ в г. Первоуральске
623101, г. Первоуральск, Свердловской обл.,
пр. Космонавтов, 1